Matemática Finita | 21082

Período de realização

Decorre dia 22 de junho de 2023 das 15h às 17h30m

Data de entrega

22 de junho de 2023, às 17h30m de Portugal Continental

Tema

Todos os temas programáticos de Matemática Finita

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-fólio global é de 12 valores distribuídos do seguinte modo: 1 valor para cada uma das questões de escolha múltipla **1** a **3**; 3 valores para cada uma das questões **4** a **6**.
2. Para a avaliação das questões, com exceção das três questões de escolha múltipla, constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada. Nas questões **4** a **6** não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.

Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Escreva sempre com letra legível.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar **seis** páginas A4.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioG.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio Global até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Gilda Ferreira, Mário Bessa, Ana Nunes, Gil Bernardes e José Agapito

Enunciado

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais, uma e só uma é verdadeira. Identifique-a.

1. Entre 100 cães da raça podengo português, 43 gostam de ração da marca *cachorro feliz*, 52 gostam da ração *papinha boa* e 30 não gostam nem da ração *cachorro feliz* nem da ração *papinha boa*. Quantos cães gostam de ambas as rações?

A) 25.

B) 70.

C) 95.

D) Nenhuma das opções anteriores é verdadeira.

2. Considere as expressões com congruências envolvendo quádruplos de números inteiros positivos a, b, k, n,

$$ka \equiv kb \pmod{n} \quad \text{e} \quad a \not\equiv b \pmod{n} \tag{1}$$

e

$$a^k \equiv b^k \pmod{n} \quad \text{e} \quad a \not\equiv b \pmod{n}. \tag{2}$$

A) Não existem quádruplos a, b, k, n tais que (1) é verdadeira nem existem quádruplos a, b, k, n tais que (2) é verdadeira.

B) Não existem quádruplos a, b, k, n tais que (2) é verdadeira.

C) Não existem quádruplos a, b, k, n tais que (1) é verdadeira.

D) Nenhuma das opções anteriores é verdadeira.

3. O termo geral da sucessão x_n definida por recorrência por $x_0 = 0$, $x_1 = 2$ e, para $n > 1$, por $x_n = -4x_{n-1} - 3x_{n-2}$ é:

A) $x_n = (-3)^n - (-1)^n$.

B) $x_n = (-3)^n + (-1)^n$.

C) $x_n = (-1)^n - (-3)^n$.

D) Nenhuma das opções anteriores é verdadeira.

Nas perguntas **4.** a **6.** justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar.

4. Sem usar indução matemática, mostre que:

$$\sum_{k=0}^{n}(n-k)\binom{n}{k}^2 = n\binom{2n-1}{n}, \quad n \geq 1.$$

Sugestão: Use a convolução de Vandermonde.

5. Determine o resto da divisão de 3^{64} por 17.

6. Considere a sucessão de Fibonacci dada por $F_1 = 1$, $F_2 = 1$ e $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ para $n \geq 1$. Mostre por indução matemática que na sucessão de Fibonacci o máximo divisor comum entre quaisquer dois termos consecutivos é igual a 1.

Sugestão: Recorde que se $k \in \mathbb{Z}$, então mdc$(a, b) =$ mdc$(a - kb, b)$.

FIM