



Lógica e Teoria de Conjuntos | 21079

Período de Realização

Decorre dia 11 de fevereiro de 2022 das 10h às 12h30

Data de Limite de Entrega

11 de fevereiro de 2022, às 12h30 de Portugal Continental

Tema

Cálculo de Proposições - Cálculo de Predicados - Teoria de Conjuntos

Competências

- a) Compreender e aplicar a linguagem e semântica do cálculo de proposições;
- b) compreender e aplicar a linguagem e semântica do cálculo de predicados;
- c) construir demonstrações formais;
- d) aplicar técnicas básicas de teoria dos conjuntos.

Trabalho a desenvolver

Deve resolver os quatro exercícios que constam no enunciado. Justifique cuidadosa e detalhadamente os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar quando tal é pedido explicitamente.

Critérios de avaliação e cotação

A cotação total deste e-Fólio é de 12 valores distribuídos do seguinte modo: 3 valores para o exercício 1; 2.5 valores para o exercício 2; 2 valores para o exercício 3; e 4.5 valores para o exercício 4.

Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar **nove** páginas A4.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioGlobal.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio Global até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Gilda Ferreira

Enunciado

1. Considere as seguintes proposições α e β :

$$\alpha : p \rightarrow q \qquad \beta : (r \wedge \neg q) \rightarrow \neg(r \wedge p)$$

- a) Verifique se a proposição $\alpha \leftrightarrow \beta$ é uma tautologia recorrendo a uma tabela de verdade. Se o for justifique, se o não for caracterize a proposição.
- b) Demonstre no sistema de Dedução Natural que

$$\alpha \vdash \beta.$$

2. Seja \mathcal{L} uma linguagem de primeira ordem com igualdade cujos parâmetros s (símbolo de constante), C (símbolo de relação 1-ária), I , P (símbolos de relações 2-árias) e respectivas interpretações são:

Domínio de interpretação: as variáveis denotam os segmentos de reta de um dado plano.

s : "segmento s ".

$C(x)$: " x tem 5 cm de comprimento".

$I(x, y)$: " x intersesta y ".

$P(x, y)$: " x é paralelo a y ".

- a) Determine a fbf de \mathcal{L} correspondente à seguinte proposição composta.
"Existem segmentos de reta paralelos que se intersestam mas são diferentes."
- b) Desenhando o conjunto de segmentos de reta definido pela interpretação da seguinte fbf de \mathcal{L}

$$C(s) \wedge P(x, s) \wedge I(x, s) \wedge C(x)$$

obteria um segmento de reta? Se sim, caracterize-o; se não, justifique.

3. Considere o conjunto $x = \{\emptyset, \{1\}, \{\emptyset, 2\}\}$. Indique se as seguintes asserções são verdadeiras ou falsas:

- a) $\emptyset \subseteq x$
- b) $\{\emptyset\} \subseteq x$
- c) $\emptyset \in x$
- d) $\{\emptyset\} \in x$

4. Seja \mathcal{L} uma linguagem de primeira ordem com igualdade, com parâmetros \bar{n} (símbolos de constantes), \times (símbolo de função 2-ária) e S (símbolo de predicado 2-ário) cujas respectivas interpretações são:

Domínio de interpretação: as variáveis denotam os números inteiros não negativos (\mathbb{N}_0).

\bar{n} : “o número n ”.

$\times : (x, y) \mapsto x \times y$, faz corresponder aos números x e y o seu produto $x \times y$.

$S(x, y)$: “ x é múltiplo de y ”.

- a) Diga, justificando, se a relação S é
 - (i) simétrica
 - (ii) total.
- b) Escreva a fbf de \mathcal{L} que corresponde à afirmação: “O quádruplo de um número inteiro não negativo é múltiplo do seu dobro”.
- c) Considerando a fbf de \mathcal{L}

$$\exists y \forall x (S(x, y) \wedge \neg(y = \bar{1}))$$

com a interpretação acima, indique o seu valor lógico.

FIM