

**U.C. 21160**

**Matemática Preparatória**

**2 de junho de 2016**

**- INSTRUÇÕES -**

- Deverá responder à prova na folha de ponto e preencher o cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- A prova é constituída por 2 páginas e termina com a palavra FIM. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova.
- Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Nas questões que envolvam cálculos ou demonstrações o aluno deve explicitar todos os passos necessários.
- Não é permitido usar máquina de calcular nem elementos de consulta.
- A cotação global do exame é de 20 valores.
- O exame tem a duração de 2 horas e 30 minutos.

Boa prova!

**Justifique todas as afirmações e apresente os cálculos realizados para as obter**

**1. (3 valores)** Os 200 candidatos aos cursos de licenciatura em regime de e-Learning que vão realizar a prova de Matemática distribuem-se conforme o quadro seguinte, relativamente ao número de dias de estudo intensivo na semana anterior à prova.

Nº de dias de estudo intensivo	$f_i$	$F_i$
1		
2	0,45	
3		
4	0,1	

$f_i$  = frequência relativa simples;  $F_i$  = frequência relativa acumulada.

Sabe-se ainda que o número de candidatos que estudou 1 dia intensivo é o dobro dos que estudaram 3 dias.

1.a) Complete o quadro de frequências relativas simples e acumuladas utilizando a informação dada, transcrevendo para a folha de ponto e justificando os resultados.

1.b) Qual é a moda do número de dias de estudo intensivo?

1.c) Quantos candidatos, em valor absoluto, realizaram no máximo 3 dias de estudo intensivo?

**2. (4 valores)** Calcule os seguintes limites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - x - 10}{x^2 - 4}$

**3. (4 valores)** Determine o domínio e os zeros de

a)  $f(x) = \log\left(\frac{x}{x-1}\right)$

b)  $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 3x + 2}$

**4. (4 valores)** Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{se } x < 1 \\ \log x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

(recorde que  $\log$  é o logaritmo na base  $e$ )

4.a) Determine os zeros da função. Justifique.

4.b) Mostre que  $f$  é contínua em  $\mathbb{R}$ . Justifique.

4.c) Existe a derivada  $f'(1)$ ? No caso afirmativo indique o seu valor, justificando.

**5. (5 valores)** Calcule as derivadas das seguintes funções:

a)  $f(x) = \frac{x^2}{3x + 1}$

b)  $g(x) = e^{\sin^2 x}$

**FIM**