



Exame | Instruções para a realização de exame



Matemática Finita | 21082

Data e hora de realização

29 de setembro de 2022, às 15h00 de Portugal Continental

Hora limite de entrega

18h00 de Portugal Continental

Temas

Todos os temas programáticos de Matemática Finita

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total desta prova é de 20 valores.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
1,8 val.	2,0 val.	3,5 val.	1,8 val.	2,0 val.	1,8 val.	7,1 val.

Normas a respeitar

Deve redigir o exame na Folha de Resolução disponibilizada e preencher todos os dados do cabeçalho.

Escreva sempre com letra legível.

As suas respostas às questões desta prova não devem ultrapassar 12 páginas A4.

Depois de ter realizado o exame produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação de Exame, segundo o exemplo apresentado: 000000exame.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo Exame até à hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira

Enunciado

1. Determine de quantas maneiras se podem escolher os dígitos em $(x_1x_2x_3)_{10}$, $(y_1y_2y_3y_4)_{10}$ de modo que

$$(x_1 + x_2 + x_3)(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) = 77.$$

2. Mostre que

$$\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{1}{n+1}.$$

- 3.

3.1. Utilizando um critério de divisibilidade por 11, verifique que 11 é um elemento da fatorização de 322751 em números primos.

3.2. Utilizando ainda critérios de divisibilidade, verifique se 322751 é divisível por 77.

4. Identifique os valores $a \in \mathbb{Z}$ para os quais existem soluções inteiras da equação

$$ax + 35317y = -2.$$

5. Dados $a, b, c, n \in \mathbb{Z}$, mostre que se $ac \equiv bc \pmod{n}$, então

$$a \equiv b \pmod{\frac{n}{d}}, \quad d = \text{mdc}(c, n).$$

6. De modo eficiente verifique que o 1 é o único número inteiro positivo que simultaneamente divide os números 52729 e 627.

7. Considere a sucessão $\langle a_n \rangle$ definida por

$$a_n = 170a_{n-1} - 5929a_{n-2}, \quad n \geq 2$$

para $a_0 = 18$ e $a_1 = 1674$.

7.1. Determine $a_n, n \in \mathbb{N}$.

7.2. Mostre que

$$\frac{a_n}{9} \in \mathbb{N}, \quad n \in \mathbb{N}$$

por recurso...

7.2.1. ... ao método de indução matemática.

7.2.2. ... a argumentos de divisibilidade.

7.3. Sem utilizar o método de indução matemática, verifique que, para qualquer $n \in \mathbb{N}$, a_n é um número par.

FIM