

Física Geral 21048

Instruções para elaboração deste e-Fólio

Documento de texto, .DOC, .PDF ou .PS; fonte 11 ou 12; espaçamento livre; máximo 6 páginas. Pode incluir desenhos, várias cores e pode inclusive juntar elementos aos desenhos do próprio e-Fólio. Para incluir fórmulas pode usar o editor de fórmulas do seu processador de texto ou gerá-las à parte.

Entregar até às 23:55 h do dia 25 de janeiro, por via da plataforma.

Critérios de correção: (para cada questão as percentagens oscilarão nos intervalos indicados)

20 ± 10% Rigor científico da colocação do problema em equação.

40 ± 10% Rigor técnico do código desenvolvido e dos comentários (código não comentário = zero).

40 ± 10% Rigor dos cálculos, expressão e interpretação corretas dos resultados.

Este e-Fólio tem a cotação máxima de 4 valores.

Corrida $h = 1,0$ s

t (s)	x (m)	v (m/s)	k_{1x}	k_{1v}	k_{2x}	k_{2v}	x analít. (m)
0	1	0	0	-0,25	-0,25	-0,25	1
1	0,875	-0,25	-0,25	-0,21875	-0,46875	-0,15625	0,877582562
2	0,515625	-0,4375	-0,4375	-0,12890625	-0,56640625	-0,01953125	0,540302306
3	0,013671875	-0,51171875	-0,51171875	-0,003417969	-0,515136719	0,124511719	0,070737202
4	-0,499755859	-0,451171875	-0,451171875	0,124938965	-0,32623291	0,237731934	-0,416146837
5	-0,888458252	-0,269836426	-0,269836426	0,222114563	-0,047721863	0,289573669	-0,801143616
6	-1,047237396	-0,01399231	-0,01399231	0,261809349	0,247817039	0,265307426	-0,989992497
7	-0,930325031	0,249566078	0,249566078	0,232581258	0,482147336	0,170189738	-0,936456687
8	-0,564468324	0,450951576	0,450951576	0,141117081	0,592068657	0,028379187	-0,653643621
9	-0,042958207	0,53569971	0,53569971	0,010739552	0,546439262	-0,123185376	-0,210795799
10	0,498111279	0,479476798	0,479476798	-0,12452782	0,354948979	-0,244397019	0,283662185
...
20	-0,671477155	0,477665602	0,477665602	0,167869289	0,645534891	0,048452888	-0,839071529
...
30	-1,250588639	-0,084027092	-0,084027092	0,31264716	0,228620067	0,333653933	-0,759687913
...
40	-0,461776141	-0,641483079	-0,641483079	0,115444035	-0,526039044	0,275814805	0,408082062
...
50	1,000289107	-0,540940903	-0,540940903	-0,250072277	-0,791013179	-0,114837051	0,991202812
...
60	1,535729734	0,210166654	0,210166654	-0,383932434	-0,17376578	-0,436474097	0,15425145
...
70	0,361884165	0,841033157	0,841033157	-0,090471041	0,750562116	-0,30072933	-0,903692205
...
80	-1,432764957	0,592443162	0,592443162	0,358191239	0,950634401	0,210080449	-0,666938062
...
90	-1,849927387	-0,391874933	-0,391874933	0,462481847	0,070606913	0,56045058	0,525321989
...
100	-0,169889942	-1,082194585	-1,082194585	0,042472486	-1,039722099	0,313021132	0,964966028

Corrida $h = 0,5$ s

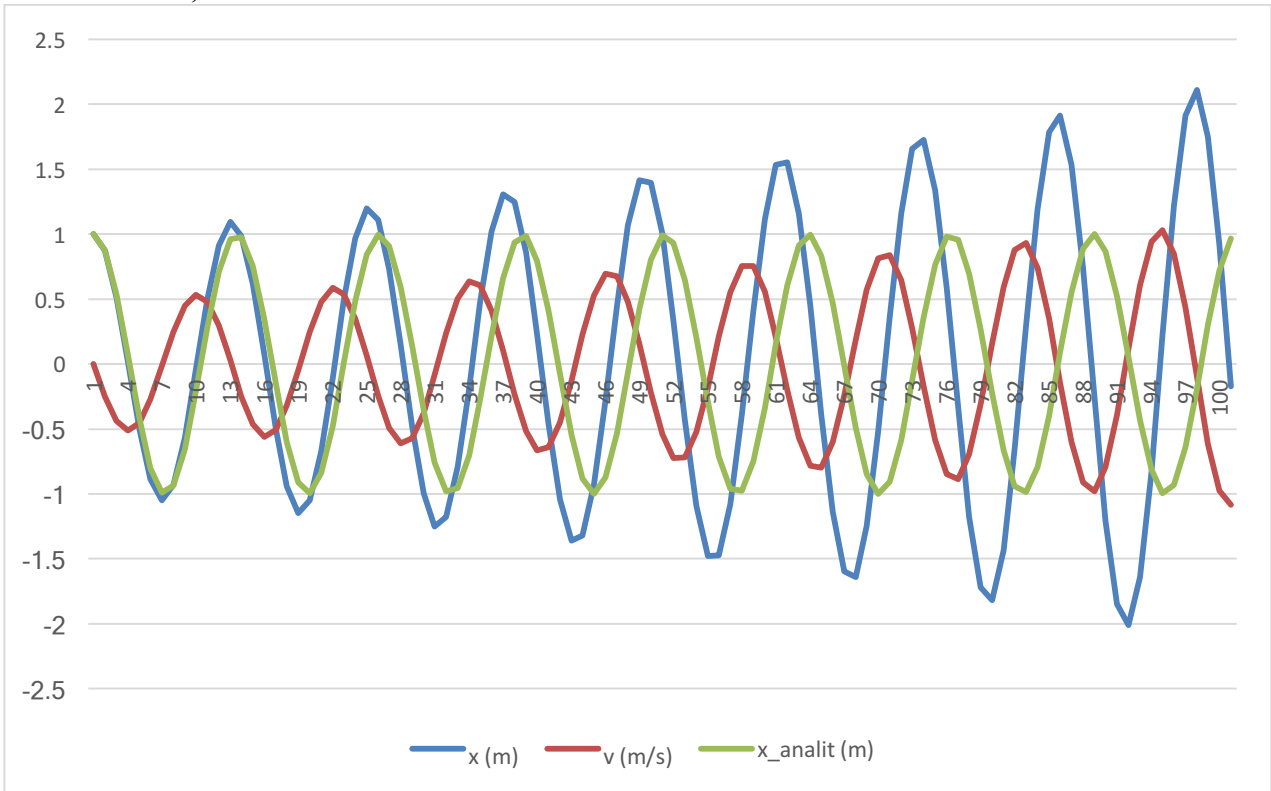
t (s)	x (m)	v (m/s)	k_{1x}	k_{1v}	k_{2x}	k_{2v}	x analít. (m)
0	1	0	0	-0,25	-0,125	-0,25	1
0,5	0,96875	-0,125	-0,125	-0,2421875	-0,24609375	-0,2265625	0,968912422
1	0,875976563	-0,2421875	-0,2421875	-0,218994141	-0,35168457	-0,188720703	0,877582562
1,5	0,727508545	-0,344116211	-0,344116211	-0,181877136	-0,435054779	-0,13886261	0,731688869
2	0,532715797	-0,424301147	-0,424301147	-0,133178949	-0,490890622	-0,080141306	0,540302306
2,5	0,303917855	-0,477631211	-0,477631211	-0,075979464	-0,515620943	-0,016275562	0,315322362
3	0,055604816	-0,500694968	-0,500694968	-0,013901204	-0,50764557	0,048685667	0,070737202
3,5	-0,196480318	-0,491998852	-0,491998852	0,04912008	-0,467438812	0,110619936	-0,178246056
4	-0,436339734	-0,452063848	-0,452063848	0,109084934	-0,397521381	0,165592915	-0,416146837
4,5	-0,648736042	-0,383394386	-0,383394386	0,16218401	-0,302302381	0,210108309	-0,628173623
5	-0,820160233	-0,290321306	-0,290321306	0,205040058	-0,187801277	0,241330222	-0,801143616
...
10	0,335516964	0,476219981	0,476219981	-0,083879241	0,43428036	-0,143406739	0,283662185
...
15	0,277849556	-0,487984414	-0,487984414	-0,069462389	-0,522715609	-0,008464337	0,346635318
...
20	-0,794570247	0,319559765	0,319559765	0,198642562	0,418881046	0,158697591	-0,839071529
...
25	1,022774953	-0,031409539	-0,031409539	-0,255693738	-0,159256408	-0,251767546	0,997798279
...
30	-0,875314778	-0,271172506	-0,271172506	0,218828694	-0,161758159	0,252725258	-0,759687913
...
35	0,402989748	0,476527435	0,476527435	-0,100747437	0,426153717	-0,160313366	0,219439963
...
40	0,222868105	-0,507825363	-0,507825363	-0,055717026	-0,535683876	0,007761144	0,408082062
...
45	-0,772517648	0,351794809	0,351794809	0,193129412	0,448359515	0,149155061	-0,87330464
...
50	1,042122368	-0,06424978	-0,06424978	-0,260530592	-0,194515076	-0,25249937	0,991202812

Corrida $h = 0,1$ s

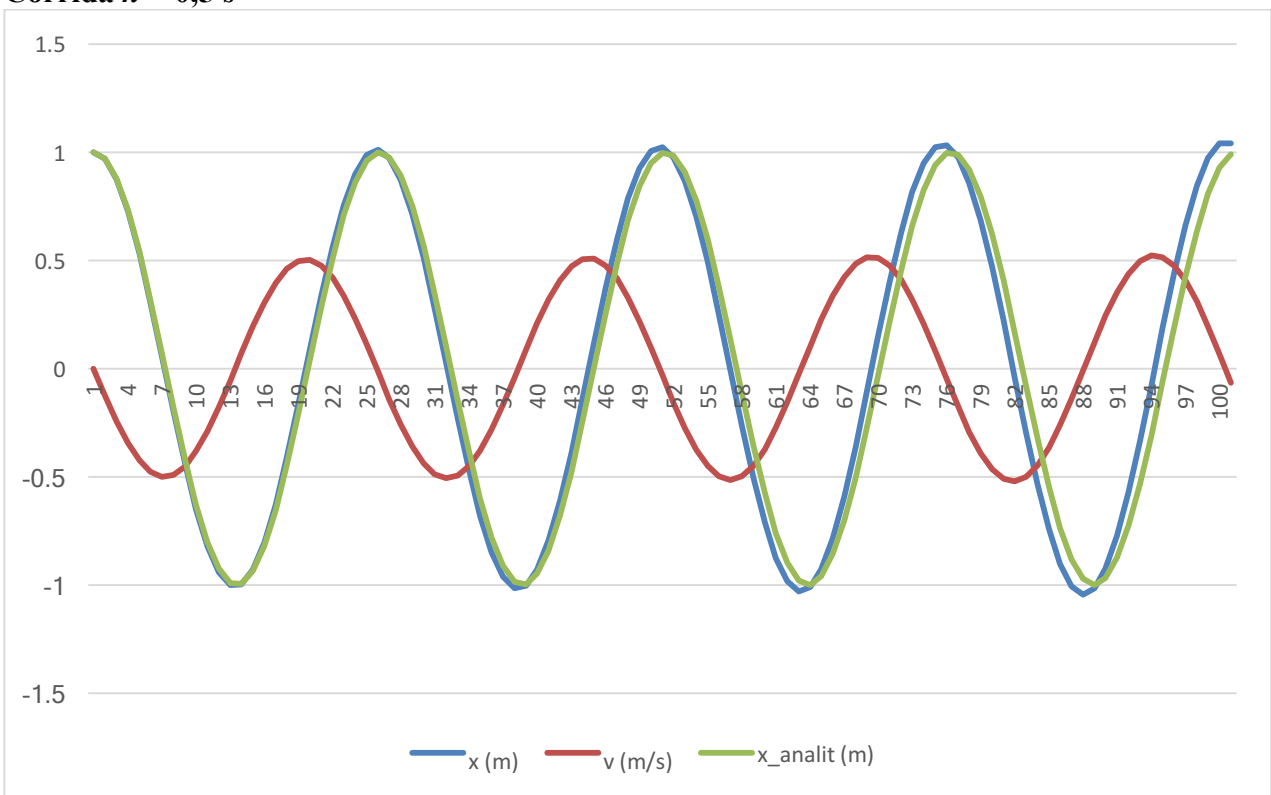
t (s)	x (m)	v (m/s)	k_{1x}	k_{1v}	k_{2x}	k_{2v}	x analít. (m)
0	1	0	0	-0,25	-0,025	-0,25	1
0,1	0,99875	-0,025	-0,025	-0,2496875	-0,04996875	-0,2490625	0,99875026
0,2	0,995001563	-0,0499375	-0,0499375	-0,248750391	-0,074812539	-0,247501953	0,995004165
0,3	0,988764061	-0,074750117	-0,074750117	-0,247191015	-0,099469219	-0,245322262	0,988771078
0,4	0,980053094	-0,099375781	-0,099375781	-0,245013273	-0,123877108	-0,242528879	0,980066578
0,5	0,968890449	-0,123752889	-0,123752889	-0,242222612	-0,14797515	-0,23912879	0,968912422
0,6	0,955304047	-0,147820459	-0,147820459	-0,238826012	-0,17170306	-0,2351305	0,955336489
0,7	0,939327871	-0,171518284	-0,171518284	-0,234831968	-0,195001481	-0,230544011	0,939372713
0,8	0,921001883	-0,194787083	-0,194787083	-0,230250471	-0,21781213	-0,225380794	0,921060994
0,9	0,900371922	-0,217568647	-0,217568647	-0,225092981	-0,240077945	-0,219653764	0,900447102
...
1	0,877489593	-0,239805984	-0,239805984	-0,219372398	-0,261743224	-0,213377249	0,877582562
...
2	0,539960346	-0,42085451	-0,42085451	-0,134990087	-0,434353519	-0,124468724	0,540302306
...
3	0,070115865	-0,498781175	-0,498781175	-0,017528966	-0,500534071	-0,005059437	0,070737202
...
4	-0,4169169	-0,454489494	-0,454489494	0,104229225	-0,444066572	0,115591462	-0,416146837
...
5	-0,801797442	-0,298830634	-0,298830634	0,20044936	-0,278785698	0,207920126	-0,801143616
...
6	-0,990214407	-0,069944947	-0,069944947	0,247553602	-0,045189587	0,249302225	-0,989992497
...
7	-0,935995704	0,176083377	0,176083377	0,233998926	0,19948327	0,229596842	-0,936456687
...
8	-0,652423099	0,378968702	0,378968702	0,163105775	0,395279279	0,153631557	-0,653643621
...
9	-0,208978631	0,488996055	0,488996055	0,052244658	0,494220521	0,040019756	-0,210795799
...
10	0,285680146	0,479203275	0,479203275	-0,071420037	0,472061272	-0,083400119	0,283662185

Comentário: a análise é mais simples de fazer a partir dos gráficos.

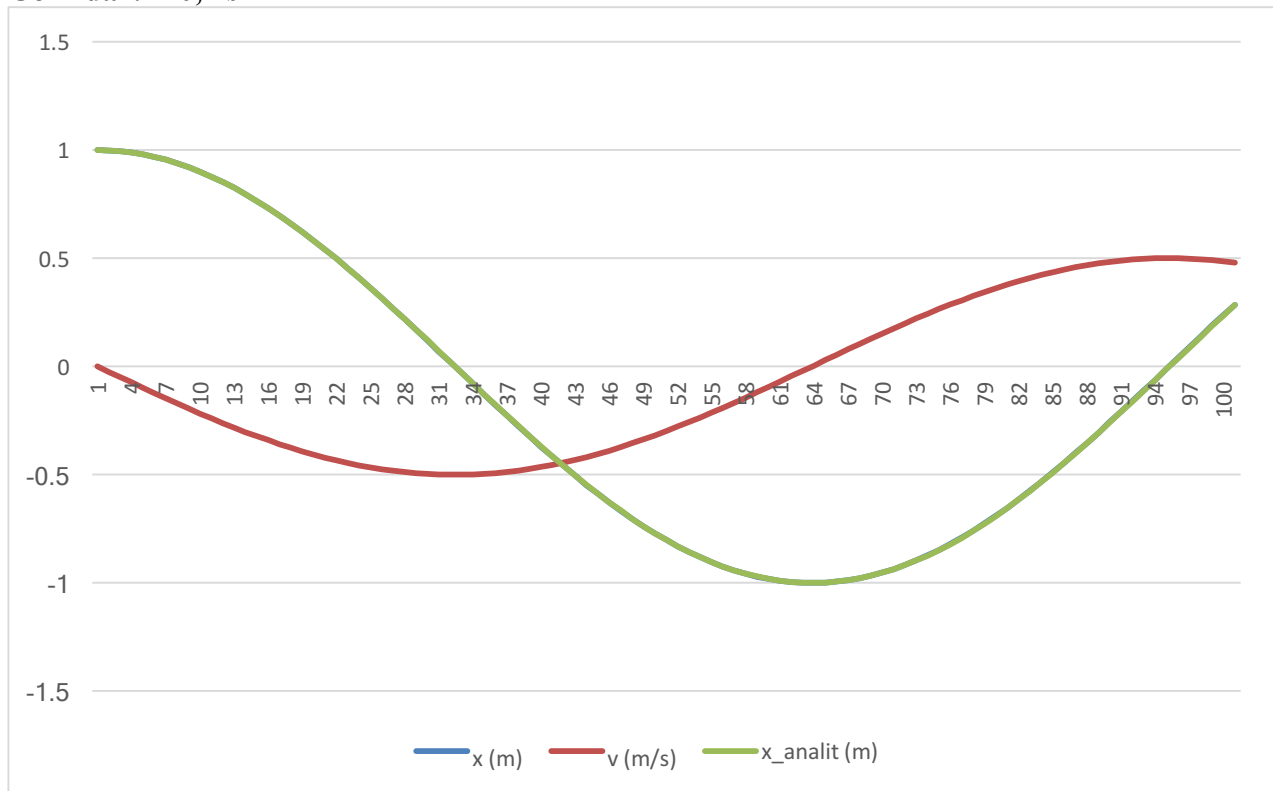
Corrida $h = 1,0$ s



Corrida $h = 0,5$ s



Corrida $h = 0,1$ s



Como se vê dos gráficos, no caso $h = 1,0$ s os erros numéricos acumulam e as instabilidades numéricas acabam por fazer a solução de Heun sair fora de controle. Para $h = 0,5$ s esse efeito é atenuado mas ainda se nota. Para $h = 0,1$ s a solução numérica segue bastante de perto a analítica.

O exemplo mostra que a precisão do algoritmo de Heun, apesar de muito superior ao de Euler, ainda está muito dependente da amplitude do passo. Se esta não for suficientemente pequena, a solução numérica instabiliza para integrações de longo alcance.

Este fenómeno de instabilidade é mais pronunciado nas equações diferenciais de 2ª ordem do que nas de 1ª ordem, devido ao acoplamento em sistema de equações. Neste casos, se utilizador precisar de integrar ao longo de grandes intervalos (comum p.ex. em cálculo de órbitas planetárias), terá de usar um passo pequeno, o que tornará os cálculos mais lentos. A alternativa é usar um algoritmo melhorado, como p.ex. Runge-Kutta 4 para sistemas de equações.