



## FÍSICA GERAL | 21048

### **Período de Realização**

[consultar datas no PUC e fóruns da UC]

### **Data de Limite de Entrega**

[consultar datas no PUC e fóruns da UC]

### **Temática**

Uso de computadores na Física

### **Competências**

Deve demonstrar capacidades para:

1. Aplicar as leis de Newton para representar uma questão prática de mecânica clássica como equação diferencial.
2. Programar e correr o algoritmo de resolução da equação diferencial acima e interpretar os resultados fisicamente.

### **Trabalho a desenvolver**

Na sua submissão deste trabalho deve incluir dois ficheiros:

1. Um ficheiro de texto (.DOC/.DOCX/.PDF) com a descrição do trabalho realizado, a resolução do problema, sob a forma de uma tabela de valores para cada iteração, tal como indicado na tabela de resultados abaixo, e a interpretação dos resultados.

Se incluir gráficos da solução, devem ser colocados neste ficheiro.

2. O código-fonte da sua implementação, devidamente comentado, e dependências, caso haja. Qualquer linguagem de programação será aceite (C, C++, Javascript, Python, Octave, R, etc.), mas o estudante deve indicar qual a que usou, que versão e sob que sistema operativo trabalhou.
3. O CÓDIGO APRESENTADO NÃO DEVE TER ATIVAS EVENTUAIS LINHAS QUE RECORRAM A BIBLIOTECAS EXTERNAS PARA GERAR GRÁFICOS. As linhas de código usadas para gerar gráficos devem vir COMENTADAS e os gráficos gerados colocados no ficheiro de texto.

Os dois ficheiros devem ser zipados e o zip submetido via plataforma, pelo normal dispositivo de entrega. Não usar o compressor 7ZIP or RAR.

### **Recursos**

Bibliografia indicada na página da UC.

### **Critérios de avaliação e cotação**

20 ± 10% Rigor científico da colocação do problema em equação.

40 ± 10% Rigor técnico do código desenvolvido e dos comentários (código não comentário = zero).

40 ± 10% Rigor dos cálculos, expressão e interpretação corretas dos resultados.

**Total:** 4 valores

## **Normas a respeitar**

Deve redigir o ficheiro de texto do seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O ficheiro de texto não deve ultrapassar 6 páginas A4 redigidas na fonte e tamanho de letra da Folha de Resolução (Verdana 12), espaçamento entre linhas 1,5. A folha de rosto e eventuais referências bibliográficas não contam para o total de páginas.

Pode incluir desenhos ou fórmulas manuscritas, desde que scaneados e embebidos no ficheiro principal. O texto da resolução deve sempre obedecer aos critérios do parágrafo acima.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado:

[NºEstudante]\_[Nome]\_[Apleido]\_efolioB i.e.

1234567\_Nuno\_Sousa\_efolioB

Deve carregar o ficheiro comprimido .ZIP (contendo a resolução e código) para a plataforma usando o dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Em caso de dúvida, seja no enunciado, seja na preparação do ficheiro a enviar, recomenda-se vivamente colocar a questão no fórum dos e-fólios. É sempre melhor perguntar do que adivinhar!!!

Votos de bom trabalho!

Nuno Sousa

### Q1. Implementação e eficiência dos métodos de Runge-Kutta

O termo "métodos de Runge-Kutta" refere-se a uma série de métodos de integração numérica de equações diferenciais que partilham os mesmos princípios subjacentes. Estes métodos têm diferentes compromissos em termos de qualidade de solução/intensidade de cálculo. Para avaliar essa eficiência, vamos recorrer a um exemplo.

**Questão: [4 val]** Considere a equação diferencial abaixo, sujeita ao valor inicial indicado:

$$\frac{dy}{dt} = y(t^2 - 1), \quad y(-2) = 0,513417119$$

(a) [3,0 val] Integre esta equação diferencial no intervalo  $[-2, 4]$  pelos quatro métodos de RK descritos no final deste enunciado, para um passo  $h = 0,1$ .

(b) [0,5 val] Compare a qualidade dos resultados obtidos com a solução analítica

$$y = \exp\left(\frac{1}{3}t^3 - t\right)$$

Para fazer essa comparação, considere o erro verdadeiro absoluto médio

$$e_v = \left| \frac{y_e - y}{y_e} \right| \times 100\%$$

em que  $y_e$  é o valor exato e  $y$  o valor obtido pelo método RK em questão.

Em seguida, apresente gráficos das soluções para os intervalos  $[-2, 2]$  e  $[2, 4]$  e calcule o valor médio deste erro para ambos os casos.

(c) [0,5 val] Comente os resultados obtidos.

<b>Método</b>	<b>Iteração</b>	<b>Previsores</b>
RK1 Euler	$x_{i+1} = x_i + k_1 h$	$k_1 = f(t_i, x_i)$
RK2 Heun	$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)h$	$k_1 = f(t_i, x_i)$ $k_2 = f(t_i + h, x_i + k_1 h)$
RK3 clássico	$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)h$	$k_1 = f(t_i, x_i)$ $k_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + k_1 \frac{h}{2}\right)$ $k_3 = f(t_i + h, x_i - k_1 h + 2k_2 h)$
RK4 clássico	$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$	$k_1 = f(t_i, x_i)$ $k_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + k_1 \frac{h}{2}\right)$ $k_3 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + k_2 \frac{h}{2}\right)$ $k_4 = f(t_i + h, x_i + k_3 h)$

Bom trabalho a todos!