

Cálculo para Informática (21157)
1ª Actividade Formativa

1 Prove que se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = a$ então $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{n+1} = a$

2 Prove que se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = k < 1$ então $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$

Sugestão: comece por provar que a_n é decrescente a partir de dada ordem e use o teorema da sucessão monótona

3 Se $0 < a < 1$ calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} na^n$

4 Prove que $n^k = o(a^n)$ quando $n \rightarrow +\infty$ em que $k \in \mathbb{N}$ e $a > 1$

5 Prove que $a^n = o(b^n)$ quando $n \rightarrow +\infty$ se $b > a > 0$

Nota: Pode utilizar estes resultados nas provas de avaliação.

6 Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{10} + \frac{n}{5^{n+1}} + 100}{2 * 4^n + n^3 + n}$

7 Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+n}}$

Sugestão: Use a proposição sobre sucessões enquadadas

8 Prove que a função $f(x) = x^7 + 4x - 4$ tem pelo menos uma raíz.

9 Seja $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua tal que $f(0) = 1$ e $f(1) = 0$. Prove que $\exists k \in]0,1[$ tal que $f(k) = k$.

10 Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x}$

11 Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$

12 Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{\sqrt{x}}$

13 Calcule $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x^2 + 2ax + a^2} \quad (a \neq 0)$