



ÁLGEBRA LINEAR I | 21002

Período de Realização

Decorre de 6 a 16 de dezembro de 2024

Data de Limite de Entrega

16 de dezembro de 2024, até às 23h55 de Portugal Continental

Competências

Identificar as principais técnicas, metodologias e ferramentas da Álgebra Linear; Aplicar técnicas de Álgebra Linear para resolver problemas.

Recursos

Manual da UC.

CrITÉRIOS de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

- Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
- *Justifique cuidadosamente todas as suas respostas, e apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio. Não será atribuída qualquer cotação a uma resposta não justificada.*
- O e-fólio B é uma avaliação individual. Deve ser realizado sem ajuda externa, incluindo qualquer ajuda eletrónica (por exemplo, uma calculadora ou inteligência artificial). O único recurso autorizado é o manual.

- A utilização do parâmetro de personalização r_2 é obrigatória. Nos exercícios em causa, não serão atribuídos valores se r_2 não for substituído ou se for utilizado um valor incorreto de r_2 .
- A cotação total deste e-fólio é de 4 valores.
- O Grupo I tem cotação de 1.6 valores.
- O Grupo II tem a cotação de 1,0 valores
- O Grupo III tem a cotação de 1.4 valores (i- 0.6, ii- 0,8)

Normas a respeitar

- O documento final deverá estar em formato pdf.
- Todas as páginas do documento em *pdf* devem ser numeradas.
- O seu e-fólio não deve ultrapassar 12 páginas A4.
- Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do e-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.pdf
- Deve carregar o referido ficheiro em **formato pdf** para a plataforma no dispositivo e-fólio B até à data e hora limite de entrega.
- Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.
- **O ficheiro em formato pdf a enviar não deve exceder 8 MB.**

Votos de bom trabalho!

Wolfram Bentz

Nos grupos seguintes justifique todas as suas respostas apresentando os raciocínios e os cálculos que efetuou para as obter.

O valor r_2 consiste nos 2 últimos dígitos do seu número de estudante (por exemplo, se o seu número de estudante for 2300123, então $r_2 = 23$).

Na todas as alinhadas, V é o conjunto \mathbb{R}^3 com as operações

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + a' + 2 \\ b + b' - 1 \\ c + c' + 1 \end{bmatrix}$$

para todos $a, b, c, a', b', c' \in \mathbb{R}$ e

$$r \otimes \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot a + 2 \cdot r - 2 \\ r \cdot b - r + 1 \\ r \cdot c + r - 1 \end{bmatrix}$$

para todos $a, b, c, r \in \mathbb{R}$. As operações nos lados direitos são as operações usuais.

I. Mostre que $V = \mathbb{R}^3$ com \oplus e \otimes é um espaço vetorial real.

II. Determine justificadamente uma base de V , que inclua os vetores

$$v_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ r_2 \\ r_2 \end{bmatrix}.$$

III. Sejam $W = (\mathbb{R}_2[x], +, \cdot)$ com as operações usuais, \mathcal{B} a sua base de V da linha II., \mathcal{B}' a base $(x^2 + 1, x - 1, x)$ de W e $T : V \rightarrow W$ a aplicação definida por

$$T \left(\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \right) = (2a - b + 5)x^2 + (3b - c - 4) \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}.$$

- i) Mostre que T é uma aplicação linear.
- ii) Determine justificadamente $A = \mathcal{M}(T; \mathcal{B}, \mathcal{B}')$.

FIM