UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

p-Fólio

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

U.C. 21076

Investigação Operacional

15 de junho de 2018

-- INSTRUÇÕES –

Leia com atenção antes de iniciar a sua prova

- O tempo de duração da prova de p-fólio é de **90 minutos**.
- Deverá responder a todas as questões na folha de ponto, preencher todos os cabeçalhos e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas.
- Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Utilize unicamente tinta de cor azul ou preta.
- Os telemóveis deverão ser desligados durante toda a prova e os objetos pessoais deixados em local próprio da sala de exame.
- A prova é constituída por **5 páginas** (incluindo formulário e tabela da distribuição normal padrão) e termina com a palavra **FIM**. O exame contém **5 grupos** de questões.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da mesma, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- É permitida a utilização de máquina de calcular.
- Nas questões que envolvam cálculos ou demonstrações o estudante deve explicitar e justificar todos os passos necessários.
- Os grupos de questões terão as seguintes cotações:

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**
2 val.	**2 val.**	**2 val.**	**3 val.**	**3 val.**

1. Um fabricante está a iniciar o último mês de produção de quatro diferentes modelos de smartphones, designados respectivamente por S1, S2, S3 e S4.

Os modelos necessitam respectivamente de 4, 5, 3 e 5 horas para montagem e 2, 1, 5 e 3 horas para acabamentos e testes de qualidade.

Os lucros sobre as vendas dos modelos são respectivamente 150€, 150€, 100€ e 200€.

Sabe-se que o fabricante dispõe de 30000 horas para a montagem e de 20000 horas para acabamentos e testes de qualidade.

Formule o problema em programação linear, por forma a que durante esta última semana o lucro seja máximo. Admita que todas as unidades produzidas são de facto vendidas.

2. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned} &\text{Max } F = 2x_1 + 3x_2 \\ &\text{s.a.} \\ &\quad x_1 + 2x_2 \le b_1 \\ &\quad 3x_1 + x_2 \le b_2 \\ &\quad\quad\quad x_2 \le b_3 \\ &\quad x_i \ge 0 \qquad i = 1,2 \end{aligned}$$

onde b_1, b_2 e b_3 são constantes. Para valores específicos de b_1, b_2 e b_3 o quadro que conduz ao óptimo é o seguinte:

V.B.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	T.I.
x_1	1	0	-1/5	2/5	0	4
x_5	0	0	-3/5	1/5	1	1
x_2	0	1	3/5	-1/5	0	3
F	0	0	a	b	c	17

onde a, b, c são constantes.

a) Determine os valores de b_1, b_2 e b_3 que conduzem à solução encontrada.

b) Determine os valores de a, b e c.

3. Na estação de correios duma pequena localidade do interior o atendimento é feito pelo seu único funcionário. Pode considerar-se que as chegadas de clientes constitui um Processo de Poisson, com uma taxa de 6 chegadas por hora. Assumindo-se que o tempo médio de serviço a cada cliente é de 6 minutos e que o tempo entre duas chegadas consecutivas de clientes e o tempo de serviço seguem distribuições exponenciais negativas.

Determine:

a) A probabilidade do funcionário estar desocupado.

b) O número médio de clientes à espera de ser atendidos.

c) Em média, quantos clientes são atendidos em meia hora.

4. Um projeto é constituído por dez tarefas, cujas atividades, precedências e tempos de duração (unidade de tempo) estão indicados na tabela seguinte:

Actividade	Precedência	*Dmp*	*Dopt*	*Dpess*
A	-	2	1	3
B	*A*	3	1	5
C	*A*	5	3	7
D	*B*	4	2	6
E	*B*	1	1	1
F	*B, C*	4	2	6
G	*C*	2	1	3
H	*D*	8	6	10
I	*E, F*	7	4	10
J	*G*	4	2	6

$$\mu = \frac{Dopt + 4Dmp + Dpess}{6} \qquad \sigma^2 = \frac{(Dpess - Dopt)^2}{36}$$

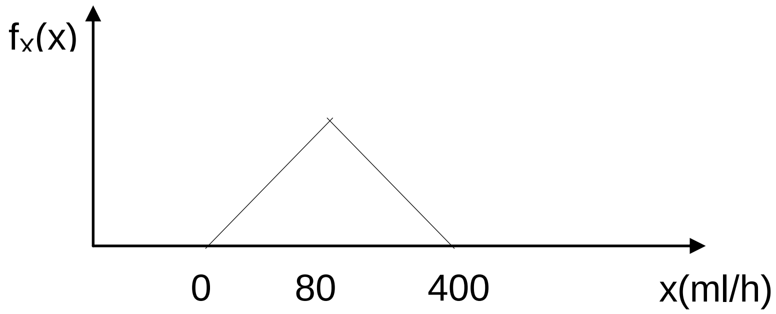
a) Faça a representação gráfica do projeto, de forma a satisfazer todas as regras de desenho de projecto com um número mínimo de actividades fictícias.

b) Admitindo que a duração das atividades tem valor igual ao respetivo valor médio:

b.1) Calcule os tempos mais cedo e os tempos mais tarde para ocorrência de cada um dos nós da rede.

b.2) Indique o caminho crítico.

5. Num dado local de uma auto-estrada, o processo de ocorrência de precipitação momentânea superior a 350ml/hora pode considerar-se Poissoniano com uma taxa média de chegada igual a uma ocorrência por mês. A precipitação (em ml/h) pode considerar-se com uma distribuição cuja função densidade de probabilidade é a seguinte:



Quando a precipitação é superior a 250 ml/h costuma haver acidentes e, por esse motivo também ocorrem pedidos de intervenção dos meios de socorro. Estima-se que por cada situação de precipitação superior a 350 ml/h, o número de pedidos de intervenção dos meios de socorro se possa considerar com distribuição Binomial (n = 5 ; p = 0.8).

Nota: Admita que à invocação da rotina RANDOM é afetado um NPA Unif[0;1] à variável U.

a) Elabore a rotina NPIMS, que lhe permita gerar o número de pedidos de intervenção dos meios de socorro associado à ocorrência de precipitação superior a 350 ml/h.

b) Elabore a rotina PREC que lhe permita gerar a quantidade de precipitação que cai (em ml/h), recorrendo ao Método da Inversão.

Formulário de Filas de Espera

Sistema M/M/1, População = ∞; Fila máxima = ∞

Processo de **chegadas** Poissoniano com uma taxa de chegadas de λ clientes por unidade de tempo.
Duração do **serviço** com distribuição Exponencial Negativa – taxa de atendimento de μ clientes por unidade de tempo (pelo **único servidor**).
Disciplina da fila: FIFO (atendimento por ordem de chegada)

Taxa de **ocupação** $\rho = \lambda / \mu$ ($\rho < 1$)

Taxa de **desocupação** $= 1 - \rho = P_0 = P(W_q = 0)$

$$L = L_q + \lambda / \mu$$

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1 / \mu$$

$$W = L / \lambda = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$W_q = L_q / \lambda = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$$

$$P_0 = 1 - \rho = P(W_q = 0)$$

$$P_n = \rho^n P_0 = \rho^n (1 - \rho)$$

$$P(n > k) = \rho^{k+1}$$

$$P(W > t) = e^{-\mu(1-\rho)t} = e^{-t/W} \quad \text{para } t \geq 0$$

$$P(W_q > t) = \rho\, e^{-\mu(1-\rho)t} = \rho\, e^{-t/W} \quad \text{para } t \geq 0$$

Distribuição Normal Padrão **$D(Z)=P(-z<Z<z)$; $\Phi(Z)=P(Z<z)$**

Z	Φ(-Z)	Φ(Z)	D(Z)
0,01	0,4960	0,5040	0,0080
0,02	0,4920	0,5080	0,0160
0,03	0,4880	0,5120	0,0239
0,04	0,4840	0,5160	0,0319
0,05	0,4801	0,5199	0,0399
0,06	0,4761	0,5239	0,0478
0,07	0,4721	0,5279	0,0558
0,08	0,4681	0,5319	0,0638
0,09	0,4641	0,5359	0,0717
0,1	0,4602	0,5398	0,0797
0,11	0,4562	0,5438	0,0876
0,12	0,4522	0,5478	0,0955
0,13	0,4483	0,5517	0,1034
0,14	0,4443	0,5557	0,1113
0,15	0,4404	0,5596	0,1192
0,16	0,4364	0,5636	0,1271
0,17	0,4325	0,5675	0,1350
0,18	0,4286	0,5714	0,1428
0,19	0,4247	0,5753	0,1507
0,2	0,4207	0,5793	0,1585
0,21	0,4168	0,5832	0,1663
0,22	0,4129	0,5871	0,1741
0,23	0,4090	0,5910	0,1819
0,24	0,4052	0,5948	0,1897
0,25	0,4013	0,5987	0,1974
0,26	0,3974	0,6026	0,2051
0,27	0,3936	0,6064	0,2128
0,28	0,3897	0,6103	0,2205
0,29	0,3859	0,6141	0,2282
0,3	0,3821	0,6179	0,2358
0,31	0,3783	0,6217	0,2434
0,32	0,3745	0,6255	0,2510
0,33	0,3707	0,6293	0,2586
0,34	0,3669	0,6331	0,2661
0,35	0,3632	0,6368	0,2737
0,36	0,3594	0,6406	0,2812
0,37	0,3557	0,6443	0,2886
0,38	0,3520	0,6480	0,2961
0,39	0,3483	0,6517	0,3035
0,4	0,3446	0,6554	0,3108
0,41	0,3409	0,6591	0,3182
0,42	0,3372	0,6628	0,3255
0,43	0,3336	0,664	0,3328
0,44	0,3300	0,6700	0,3401
0,45	0,3264	0,6736	0,3473
0,46	0,3228	0,6772	0,3545
0,47	0,3192	0,6808	0,3616
0,48	0,3156	0,6844	0,3688
0,49	0,3121	0,6879	0,3759
0,5	0,3085	0,6915	0,3829
0,51	0,3050	0,6950	0,3899
0,52	0,3015	0,6985	0,3969
0,53	0,2981	0,7019	0,4039
0,54	0,2946	0,7054	0,4108
0,55	0,2912	0,7088	0,4177
0,56	0,2877	0,7123	0,4245
0,57	0,2843	0,7157	0,4313
0,58	0,2810	0,7190	0,4381
0,59	0,2776	0,7224	0,448
0,6	0,2743	0,7257	0,4515
0,61	0,2709	0,7291	0,4581
0,62	0,2676	0,7324	0,4647
0,63	0,2643	0,7357	0,4713
0,64	0,2611	0,7389	0,4778
0,65	0,2578	0,7422	0,4843
0,66	0,2546	0,7454	0,4907
0,67	0,2514	0,7486	0,4971
0,68	0,2483	0,7517	0,5035
0,69	0,2451	0,7549	0,5098
0,7	0,2420	0,7580	0,5161
0,71	0,2389	0,7611	0,5223
0,72	0,2358	0,7642	0,5285
0,73	0,2327	0,7673	0,5346
0,74	0,2296	0,7704	0,5407
0,75	0,2266	0,7734	0,5487

Z	Φ(-Z)	Φ(Z)	D(Z)
0,76	0,2236	0,7764	0,5527
0,77	0,2206	0,7794	0,5587
0,78	0,2177	0,7823	0,5646
0,79	0,2148	0,7852	0,5705
0,8	0,2119	0,7881	0,5763
0,81	0,2090	0,7910	0,5821
0,82	0,2061	0,7939	0,5878
0,83	0,2033	0,7967	0,5935
0,84	0,2005	0,7995	0,5991
0,85	0,1977	0,8023	0,6047
0,86	0,1949	0,8051	0,6102
0,87	0,1922	0,8078	0,6157
0,88	0,1894	0,8106	0,6211
0,89	0,1867	0,8133	0,6265
0,9	0,1841	0,8159	0,6319
0,91	0,1814	0,8186	0,6372
0,92	0,1788	0,8212	0,6424
0,93	0,1762	0,8238	0,6476
0,94	0,1736	0,8264	0,6528
0,95	0,1711	0,8289	0,6579
0,96	0,1685	0,8315	0,6629
0,97	0,1660	0,8340	0,6680
0,98	0,1635	0,8365	0,6729
0,99	0,1611	0,8389	0,6778
1	0,1587	0,8413	0,6827
1,01	0,1562	0,8438	0,6875
1,02	0,1539	0,8461	0,6923
1,03	0,1515	0,8485	0,6970
1,04	0,1492	0,8508	0,7017
1,05	0,1469	0,8531	0,7063
1,06	0,1446	0,8554	0,7109
1,07	0,1423	0,8577	0,7154
1,08	0,1401	0,8599	0,7199
1,09	0,1379	0,8621	0,7243
1,1	0,1357	0,8643	0,7287
1,11	0,1335	0,8665	0,7330
1,12	0,1314	0,8686	0,7373
1,13	0,1292	0,8707	0,7415
1,14	0,1271	0,8729	0,7457
1,15	0,1251	0,8749	0,7499
1,16	0,1230	0,8770	0,7540
1,17	0,1210	0,8790	0,7580
1,18	0,1190	0,8810	0,7620
1,19	0,1170	0,8830	0,7660
1,2	0,1151	0,8849	0,7699
1,21	0,1131	0,8869	0,7737
1,22	0,1112	0,8888	0,7775
1,23	0,1093	0,8907	0,7813
1,24	0,1075	0,8925	0,7850
1,25	0,1056	0,8944	0,7887
1,26	0,1038	0,8962	0,7923
1,27	0,1020	0,8980	0,7959
1,28	0,1003	0,8997	0,7995
1,29	0,0985	0,9015	0,8029
1,3	0,0968	0,9032	0,8064
1,31	0,0951	0,9049	0,8098
1,32	0,0934	0,9066	0,8132
1,33	0,0918	0,9082	0,8165
1,34	0,0901	0,9099	0,8198
1,35	0,0885	0,9115	0,8230
1,36	0,0869	0,9131	0,8262
1,37	0,0853	0,9147	0,8293
1,38	0,08938	0,9162	0,8324
1,39	0,0823	0,9177	0,8355
1,4	0,0808	0,9192	0,8385
1,41	0,0793	0,9207	0,8415
1,42	0,0778	0,9222	0,8444
1,43	0,0764	0,9236	0,8473
1,44	0,0749	0,9251	0,8501
1,45	0,0735	0,9265	0,8529
1,46	0,0721	0,9279	0,8557
1,47	0,0708	0,9292	0,8584
1,48	0,0694	0,9306	0,8611
1,49	0,0681	0,9319	0,8638
1,5	0,0668	0,9332	0,8664

Z	Φ(-Z)	Φ(Z)	D(Z)
1,51	0,0655	0,9345	0,8690
1,52	0,0643	0,9357	0,8715
1,53	0,0630	0,9370	0,8740
1,54	0,0618	0,9382	0,8764
1,55	0,0606	0,9394	0,8789
1,56	0,0594	0,9406	0,8812
1,57	0,0582	0,9418	0,8836
1,58	0,0571	0,9429	0,8859
1,59	0,0559	0,9441	0,8882
1,6	0,0548	0,9452	0,8904
1,61	0,0537	0,9463	0,8926
1,62	0,0526	0,9474	0,8948
1,63	0,0516	0,9484	0,8969
1,64	0,0505	0,9495	0,8990
1,65	0,0495	0,9505	0,9011
1,66	0,0485	0,9515	0,9031
1,67	0,0475	0,9525	0,9051
1,68	0,0465	0,9535	0,9070
1,69	0,0455	0,9545	0,9090
1,7	0,0466	0,9554	0,9109
1,71	0,0436	0,9564	0,9127
1,72	0,0427	0,9573	0,9146
1,73	0,0418	0,9582	0,9164
1,74	0,0409	0,9591	0,9181
1,75	0,0401	0,9599	0,9199
1,76	0,0392	0,9608	0,9216
1,77	0,0384	0,9616	0,9233
1,78	0,0375	0,9625	0,9249
1,79	0,0367	0,9633	0,9265
1,8	0,0359	0,9641	0,9281
1,81	0,0351	0,9649	0,9297
1,82	0,0344	0,9656	0,9312
1,83	0,0336	0,9664	0,9328
1,84	0,0329	0,9671	0,9342
1,85	0,0322	0,9678	0,9357
1,86	0,0314	0,9686	0,9371
1,87	0,0307	0,9693	0,9385
1,88	0,0301	0,9699	0,9399
1,89	0,0294	0,9706	0,9412
1,9	0,0287	0,9713	0,9426
1,91	0,0281	0,9719	0,9439
1,92	0,0274	0,9726	0,9451
1,93	0,0268	0,9732	0,9464
1,94	0,0262	0,9738	0,9476
1,95	0,0256	0,9744	0,9488
1,96	0,0250	0,9750	0,9500
1,97	0,0244	0,9756	0,9512
1,98	0,0239	0,9761	0,9523
1,99	0,0233	0,9767	0,9534
2	0,0228	0,9772	0,9545
2,01	0,0222	0,9778	0,9556
2,02	0,0217	0,9783	0,9566
2,03	0,0212	0,9788	0,9576
2,04	0,0207	0,9793	0,9586
2,05	0,0202	0,9798	0,9596
2,06	0,0197	0,9803	0,9606
2,07	0,0192	0,9808	0,9615
2,08	0,0188	0,9812	0,9625
2,09	0,0183	0,9817	0,9634
2,1	0,0179	0,9821	0,9643
2,11	0,0174	0,9826	0,9651
2,12	0,0170	0,9830	0,9660
2,13	0,0166	0,9834	0,9668
2,14	0,0162	0,9838	0,9676
2,15	0,0158	0,9842	0,9684
2,16	0,0154	0,9846	0,9692
2,17	0,0150	0,9850	0,9700
2,18	0,0146	0,9854	0,9707
2,19	0,0143	0,9857	0,9715
2,2	0,0139	0,9861	0,9722
2,21	0,0136	0,9864	0,9729
2,22	0,0132	0,9868	0,9736
2,23	0,0129	0,9871	0,9743
2,24	0,0125	0,9875	0,9749
2,25	0,0122	0,9878	0,9756

Z	Φ(-Z)	Φ(Z)	D(Z)
2,26	0,0119	0,9881	0,9762
2,27	0,0116	0,9884	0,9768
2,28	0,0113	0,9887	0,9774
2,29	0,0110	0,9890	0,9780
2,3	0,0107	0,9893	0,9786
2,31	0,0104	0,9896	0,9791
2,32	0,0102	0,9898	0,9797
2,33	0,0099	0,9901	0,9802
2,34	0,0096	0,9904	0,9807
2,35	0,0094	0,9906	0,9812
2,36	0,0091	0,9909	0,9817
2,37	0,0089	0,9911	0,9822
2,38	0,0087	0,9913	0,9827
2,39	0,0084	0,9916	0,9832
2,4	0,0082	0,9918	0,9836
2,41	0,0080	0,9920	0,9840
2,42	0,0078	0,9922	0,9845
2,43	0,0075	0,9925	0,9849
2,44	0,0073	0,9927	0,9853
2,45	0,0071	0,9929	0,9857
2,46	0,0069	0,9931	0,9861
2,47	0,0068	0,9932	0,3865
2,48	0,0066	0,9934	0,3869
2,49	0,0064	0,9936	0,9872
2,5	0,0062	0,9938	0,9876
2,51	0,0060	0,9940	0,9879
2,52	0,0059	0,9941	0,9883
2,53	0,0057	0,9943	0,9886
2,54	0,0055	0,9945	0,9889
2,55	0,0054	0,9946	0,9892
2,56	0,0052	0,9948	0,9895
2,57	0,0051	0,9949	0,9898
2,58	0,0049	0,9951	0,9901
2,59	0,0048	0,9952	0,9904
2,6	0,0047	0,9953	0,9907
2,61	0,0045	0,9955	0,9909
2,62	0,0044	0,9956	0,9912
2,63	0,0043	0,9957	0,9915
2,64	0,0041	0,9959	0,9917
2,65	0,0040	0,9960	0,9920
2,66	0,0039	0,9961	0,9922
2,67	0,0038	0,9962	0,9924
2,68	0,0037	0,9963	0,9926
2,69	0,0036	0,9964	0,9929
2,7	0,0035	0,9965	0,9931
2,71	0,0034	0,9966	0,9933
2,72	0,0033	0,9967	0,9935
2,73	0,0032	0,9968	0,9937
2,74	0,0031	0,9969	0,9939
2,75	0,0030	0,9970	0,9940
2,76	0,0029	0,9971	0,9942
2,77	0,0028	0,9972	0,9944
2,78	0,0027	0,9973	0,9946
2,79	0,0026	0,9974	0,9947
2,8	0,0026	0,9974	0,9949
2,81	0,0025	0,9975	0,9950
2,82	0,0024	0,9976	0,9952
2,83	0,0023	0,9977	0,9953
2,84	0,0023	0,9977	0,9955
2,85	0,0022	0,9978	0,9956
2,86	0,0021	0,9979	0,9958
2,87	0,0021	0,9979	0,9959
2,88	0,0020	0,9980	0,9960
2,89	0,0019	0,9981	0,9961
2,9	0,0019	0,9981	0,9963
2,91	0,0018	0,9982	0,9964
2,92	0,0018	0,9982	0,9965
2,93	0,0017	0,9983	0,9966
2,94	0,0016	0,9984	0,9967
2,95	0,0016	0,9984	0,9968
2,96	0,0015	0,9985	0,9969
2,97	0,0015	0,9985	0,9970
2,98	0,0014	0,9986	0,9971
2,99	0,0014	0,9986	0,9972
3	0,0013	0,9987	0,9973

FIM