UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

U.C. 21076

Investigação Operacional

9 de Junho de 2011

Proposta de correção

1.

a) O objetivo do problema é a maximização do lucro.

b) As decisões a tomar são respeitantes às àreas de cada tipo de cultura em cada um dos tipos de terreno.

Definição das variáveis:

x_{c1i} – área de cultura do tipo *C1* , no terreno i ; i=1,…,4

x_{c2i} – área de cultura do tipo *C2* , no terreno i ; i=1,…,4

x_{c3i} – área de cultura do tipo *C3* , no terreno i ; i=1,…,4

c)

Limites áreas de cultura:

$x_{c11}+x_{c12}+x_{c13}+x_{c14} \leq 5000$
$x_{c21}+x_{c22}+x_{c23}+x_{c24} \leq 6000$
$x_{c31}+x_{c32}+x_{c33}+x_{c34} \leq 7000$

Limites áreas cultiváveis:

$x_{c11}+x_{c21}+x_{c31} \leq 4000$
$x_{c12}+x_{c22}+x_{c32} \leq 6000$
$x_{c13}+x_{c23}+x_{c33} \leq 3000$
$x_{c14}+x_{c24}+x_{c34} \leq 5000$

Limites água disponível:

$3x_{c11}+6x_{c21}+5x_{c31} \leq 10000$
$3x_{c12}+6x_{c22}+5x_{c32} \leq 12000$
$3x_{c13}+6x_{c23}+5x_{c33} \leq 5000$
$3x_{c14}+6x_{c24}+5x_{c34} \leq 10000$

Percentagem de área cultivada em cada terreno deve ser igual, logo

$(x_{c11}+x_{c21}+x_{c31})/4000 = (x_{c12}+x_{c22}+x_{c23})/6000 = (x_{c13}+x_{c23}+x_{c33})/3000 = (x_{c14}+x_{c24}+x_{c34})/5000$

d)

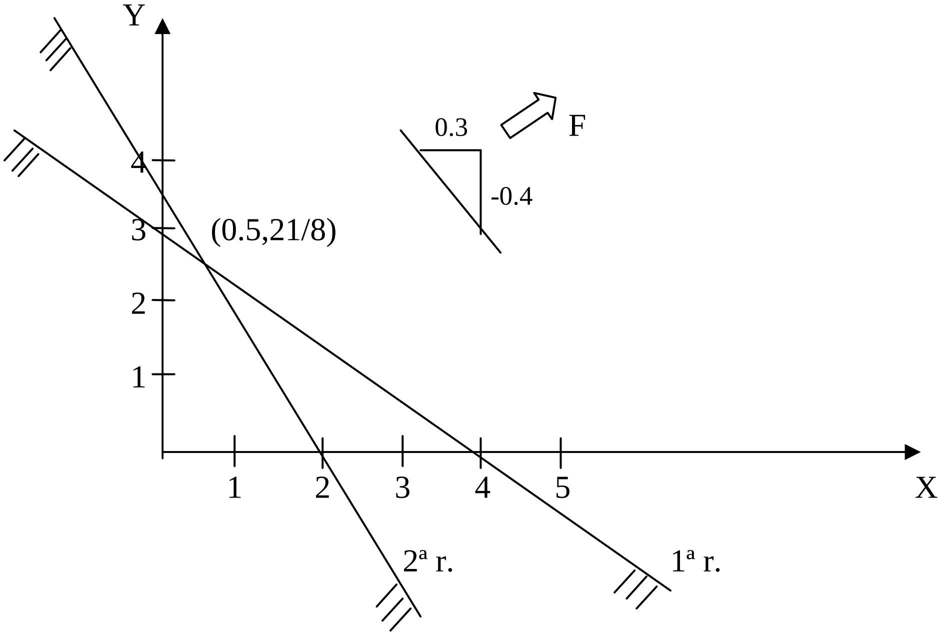
Max $F = 8(x_{c11}+x_{c12}+x_{c13}+x_{c14})+10(x_{c21}+x_{c22}+x_{c23}+x_{c24})+6(x_{c31}+x_{c32}+x_{c33}+x_{c34})$

sujeito a:

$x_{c11}+x_{c12}+x_{c13}+x_{c14} \leq 5000$
$x_{c21}+x_{c22}+x_{c23}+x_{c24} \leq 6000$
$x_{c31}+x_{c32}+x_{c33}+x_{c34} \leq 7000$
$x_{c11}+x_{c21}+x_{c31} \leq 4000$
$x_{c12}+x_{c22}+x_{c32} \leq 6000$
$x_{c13}+x_{c23}+x_{c33} \leq 3000$
$x_{c14}+x_{c24}+x_{c34} \leq 5000$
$3x_{c11}+6x_{c21}+5x_{c31} \leq 10000$
$3x_{c12}+6x_{c22}+5x_{c32} \leq 12000$
$3x_{c13}+6x_{c23}+5x_{c33} \leq 5000$
$3x_{c14}+6x_{c24}+5x_{c34} \leq 10000$
$(x_{c11}+x_{c21}+x_{c31})/4000 = (x_{c12}+x_{c22}+x_{c23})/6000 = (x_{c13}+x_{c23}+x_{c33})/3000 = (x_{c14}+x_{c24}+x_{c34})/5000$
$x_{c11},x_{c12},x_{c13},x_{c14},x_{c24},x_{c22},x_{c23},x_{c24},x_{c31},x_{c32},x_{c33},x_{c34} \geq 0$

2.

a)



A solução ótima do problema corresponde ao ponto (0.5,21/8) com o valor ótimo da função objetivo igual a 79/8.

b)

$3\ X + 4\ Y + 1\ F_1 + 0\ F_2 = 12$

$7\ X + 4\ Y + 0\ F_1 + 1\ F_2 = 14$

c)

Max $F = 4\ X + 3\ Y + 0\ F_1 + 0\ F_2$

s.a.

$3\ X + 4\ Y + 1\ F_1 + 0\ F_2 = 12$

$7\ X + 4\ Y + 0\ F_1 + 1\ F_2 = 14$

$X\ ,\ Y\ ,\ F_1\ ,\ F_2\ \geq\ 0$

d) Não. As variáveis artificiais são introduzidas habitualmente no caso de existirem restrições do tipo $\geq$ o que não se verifica neste problema.

e)

	X	Y	F_1	F_2	T.I.	Δ_i
F_1	3	4	1	0	12	12/3=4
F_2	7*	4	0	1	14	14/7=4
F	-4	-3	0	0	0	

X=0 ; Y=0 ; F=0

	X	Y	F_1	F_2	T.I.	Δ_i
F_1	0	16/7*	1	-3/7	6	42/16
X	1	4/7	0	1/7	2	14/4
F	0	-5/7	0	4/7	8	

X=2 ; Y=0 ; F = 8

	X	Y	F_1	F_2	T.I.
Y	0	1	7/16	-3/16	21/8
X	1	4/7	0	1/7	2
F	0	-5/7	0	4/7	8

	X	Y	F_1	F_2	T.I.
Y	0	1	7/16	-3/16	21/8
X	1	0	-1/4	31/119	1/2
F	0	0	5/16	101/230	79/8

X*=1/2 ; Y*= 21/8 ; F* = 79/8

3. $\lambda = 40h^{-1} = 40/60 = 2/3\,min^{-1}$; $\mu = 1/1 = 1\,min^{-1}$; $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu} = \dfrac{\frac{2}{3}}{1} = \dfrac{2}{3} < 1$

a) $P_1 = \rho(1-\rho) = \dfrac{2}{3}\left(1-\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{2}{3} * \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{9} \approx 22\%$

b) Comprimento médio da fila de espera

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2}{1-\frac{2}{3}} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{12}{9} \approx 1.33 \text{ clientes}$$

Tempo médio de espera na fila

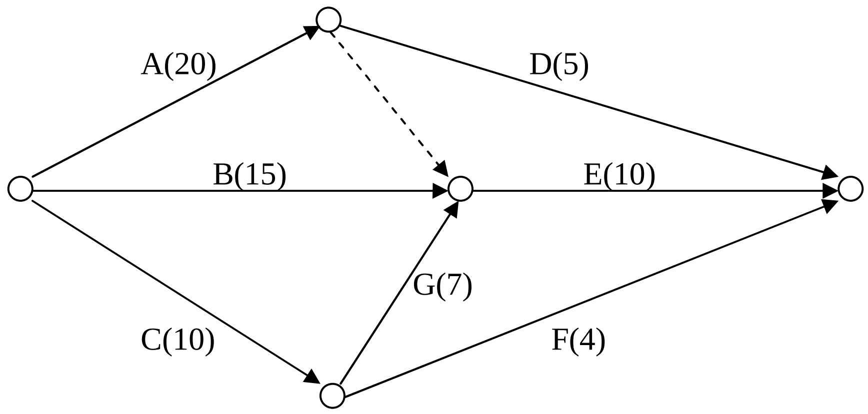
$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} == \frac{\frac{12}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{36}{18} = 2 \text{ minutos}$$

c) $P(W > 2) = e^{-\mu(1-\rho)*2} = e^{-1\left(1-\frac{2}{3}\right)*2} \approx 51\%$

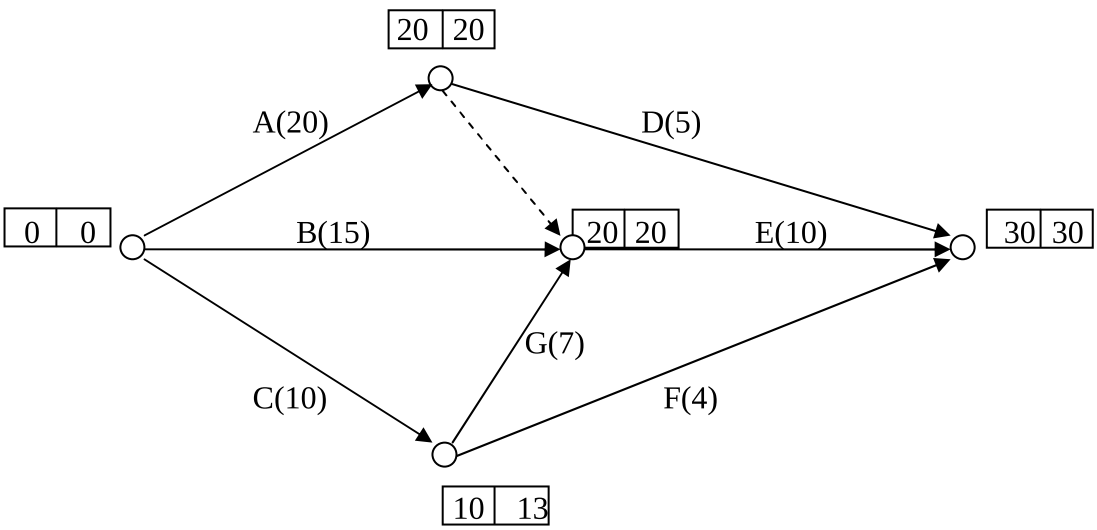
d) $P(W_q > 1) = \rho\, e^{-\mu(1-\rho)*1} = \frac{2}{3} * e^{-1\left(1-\frac{2}{3}\right)*1} \approx 48\%$

4.

a)



b)



D_{Tot} ~ Máx (Dur A + Dur B ; Dur A + Dur E ; Dur B + Dur E ; Dur C + Dur G + Dur E ; Dur C + Dur F) = Máx (20+5 ; 20+10 ; 15+10 ; 10+7+10 ; 10+4) = 30 dias

c) O caminho crítico médio (C.C.M.) do empreendimento é constituído pelas atividades A e E, pois são essas as atividades críticas, que podem condicionar a duração total do empreedimento.

d)

d.1)

$$D_{TotPERT} \sim N\left(\mu = 30, \sigma^2 = 13\right)$$

$$P\left(D_{Tot} < 30\right) = \Phi\left(\frac{30-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left[\frac{30-30}{\sqrt{13}}\right] = \Phi(0) = 0.5 \; (50\%)$$

d.2)

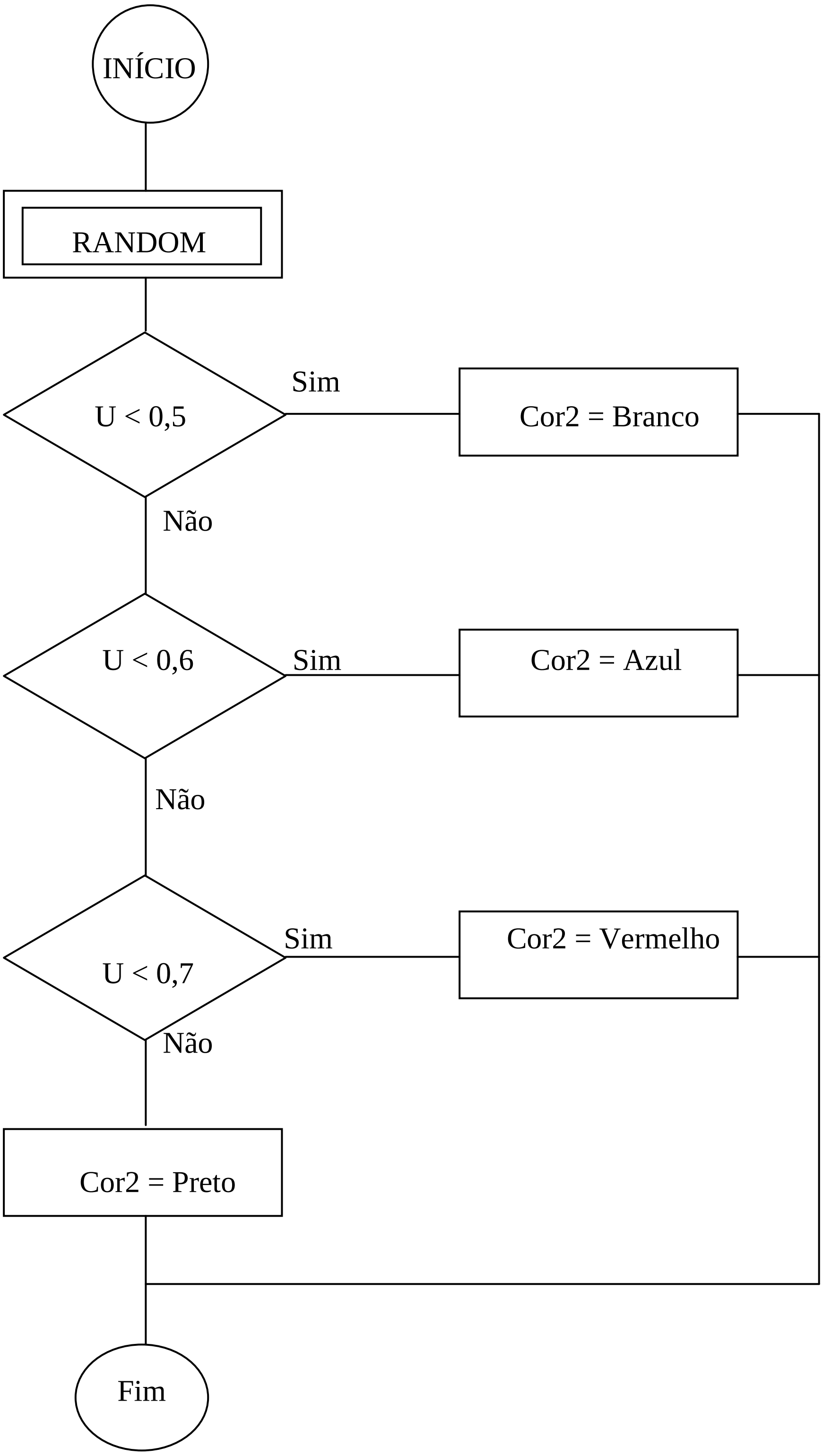
$$P\left(D_{Tot} > 36\right) = 1 - P\left(D_{Tot} \leq 36\right) = 1 - \Phi\left(\frac{36-30}{\sqrt{13}}\right) =$$
$$= 1 - \Phi[1.66] = 1 - 0.9515 = 0.0485 \; (4.85\%)$$

5. a)

Cor	**Branco**	**Azul**	**Vermelho**	**Preto**
P (X = k)	0,5	0,1	0,1	0,3
P (X ≤ k)	0,5	0,6	0,7	1

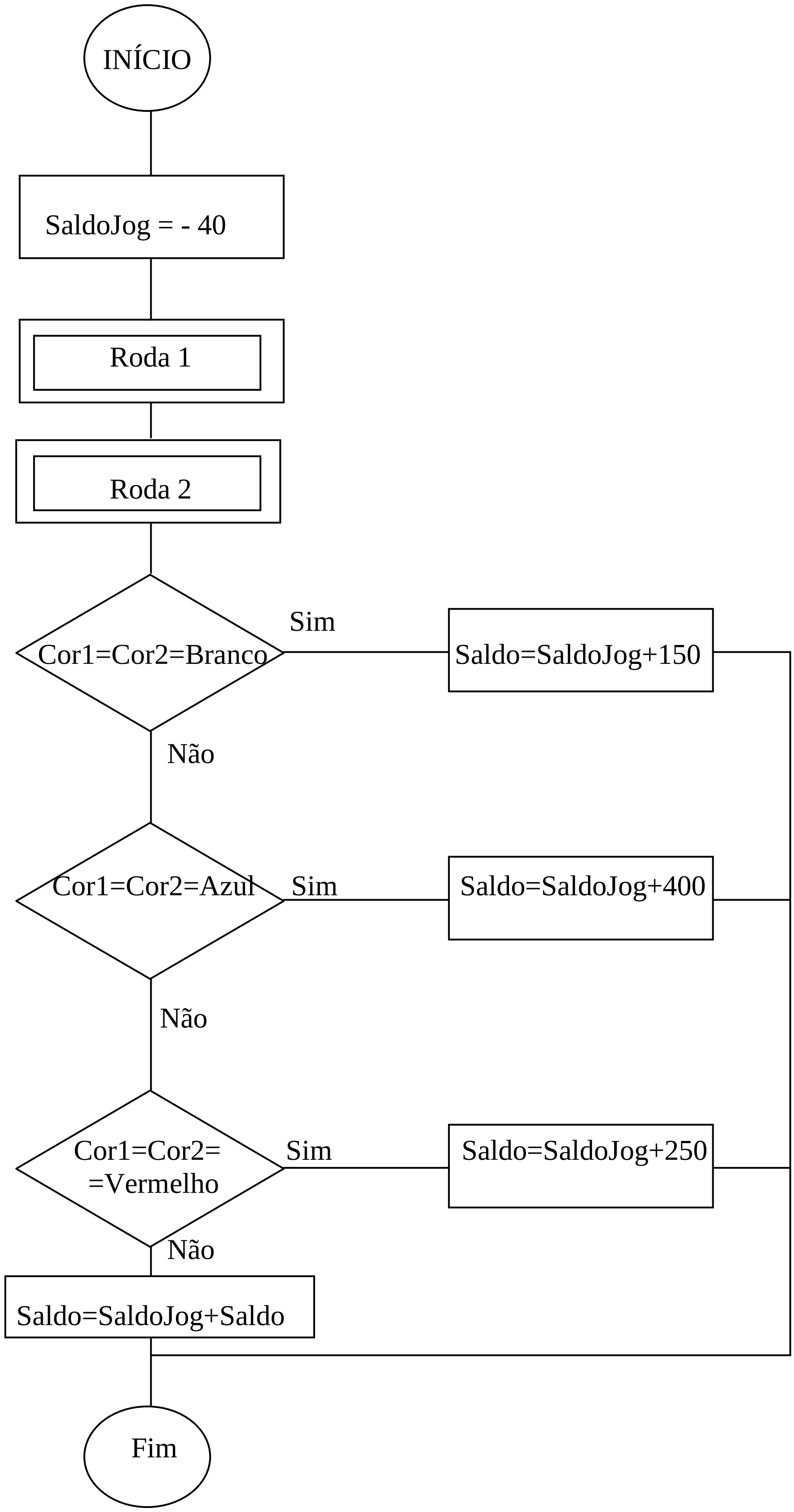
Começamos por gerar um NPA U[0;1] $\rightarrow$ U. Se U < 0,5 , Cor = Branco ; caso contrário, se U < 0,6, Cor = Azul ; caso contrário, se U < 0,7 , Cor = Vermelho ; caso contrário, Cor = Preto.

Rotina Roda 2

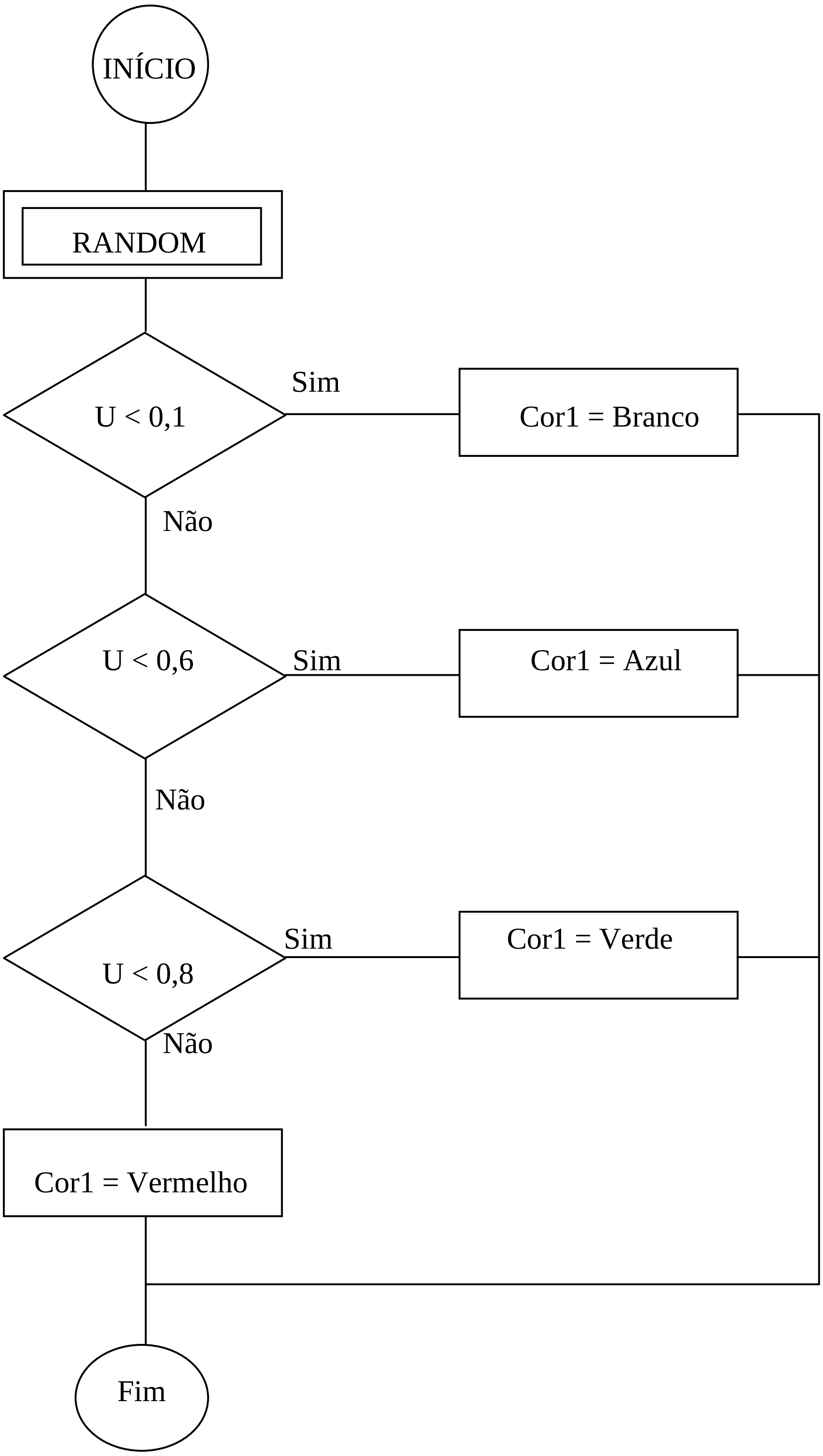


c)

Rotina JOGADA



Rotina <u>**Roda 1**</u>



c) Na elaboração do modelo de simulação pretendido devemos ter em atenção os seguintes passos:

1º) Inicializar variáveis (Saldo=0)

2º) Definir o número de jogadas (N)

3º) Criar um ciclo para repetir esse número de jogadas (K = 1,...,N)

4º) Iniciar a simulação repetindo N vezes a rotina JOGADA

5º) Guardar num vetor os ganhos obtidos em cada jogada

6º) Com base nos valores guardados no vetor, estudar a distribuição por exemplo calculando a média e o desvio padrão.

Rotina JOGO