Resolução prova p-fólio (1)
21037 EPE 2016/17 19 junho 2017

Cotações globais

G I 4V G II 4V G III 4V

1. Uma empresa de reparações de equipamento informático realiza o seguinte procedimento na admissão de novos funcionários:

1 teste escrito e 1 estágio

Definir acontecimento

A - aprovar no teste - ficar aprovado no teste
E - Aprovam no estágio - concluir estágio com sucesso

Dados do enunciado - Identificar probabilidades

$P(A) = 0,60$ $\quad P(E|A) = 0,85$

logo $P(\bar{A}) = 0,40$ $\quad P(E|\bar{A}) = 0,55$

a) (2,0) Qual a prob. de um candidato escolhido ao acaso concluir o estágio com sucesso?

Ora, pretende-se determinar P(E) - Probabi. Total de concluir o estágio com sucesso.

Esta conclusão está condicionada à situação do Exame

Prob total: (pode fazer-se com árvore de probabilidades)

$$P(E) = P(E|A) \times P(A) + P(E|\bar{A})P(\bar{A})$$
$$= 0,85 \times 0,6 + 0,55 \times 0,4 = 0,73$$

(2,0)

b) Considere que o nº de chamadas recebidas a cada 5 min é uma variável de Poisson $P(\lambda)$ em que $P(x=1) = P(x=2)$. Calcule a prob de serem recebidas 4 chamadas num período de 10 minutos. Justifique

Pressupostos: assumo que as chamadas ocorridas entre períodos de 5 min ~~não~~ sobrepostos são independentes.

Então: começamos por determinar λ.

$P(X=x) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^x}{x!}$ sendo $P(X=1) = P(X=2)$ vamos ter

$$e^{-\lambda}\frac{\lambda^1}{1!} = e^{-\lambda}\frac{\lambda^2}{2!} \Leftrightarrow \lambda e^{-\lambda} = \frac{\lambda^2}{2}e^{-\lambda}$$

ou seja colocando numa equação e resolvendo, vai dar (ver e-fólio B)

$$2\lambda \cancel{e^{-\lambda}} - \lambda^2 \cancel{e^{-\lambda}} = 0 \Leftrightarrow \lambda(\lambda-2) = 0 \Leftrightarrow$$
$$\cancel{\lambda = 0} \vee \lambda = 2$$

Então considera-se a variável Y que significa (2)
o nº de chamadas em 10 minutos. Temos então que
Y é a soma de 2 períodos independentes. (chamadas)
Então $E[Y] = 2\lambda = 4$ chamadas em
média, no período de 4 minutos.

Assim: $P(Y=4) = e^{-4} \cdot \frac{\lambda^4}{4!} = \underline{0,19536}$

⇒ identificar a nova var Y e respetivo λ
→ explicitar a probabilidade pedida
→ calcular e apresentar resultado

Q2. Considere o seguinte quadro

a) (2,0) complete o quadro de modo a obter conjunta e marginais. Justifique

f(x,y)	x=1	x=2	x=3	fy(y)
y=2	0,04	0,04	0,12	0,2
y=3	0,15	0,43	0,02	0,6
y=4	0,02	0,05	0,13	0,2
$f_x(x)$	0,21	0,52	0,27	1

$f(1,3) = 0,21 - 0,04 - 0,02 = 0,15$ exemplos

$f(2,3) = 0,6 - 0,15 - 0,02 = 0,43$

$f(3,4) = 0,27 - 0,12 - 0,02 = 0,13$

b) (2,0) Calcule as probabilidades $P(1 \leq X < 3 \mid Y > 2)$,
$P(X \times Y < 6)$ e 1º Q de X

$P(1 \leq X < 3 \mid Y > 2) = \frac{\overbrace{P(1 \leq X < 3 \cap Y > 2)}^{\text{conjunta}}}{P(Y>2)}$ = marginal de Y

$= \frac{0,15 + 0,43 + 0,02 + 0,05}{0,8} = \frac{0,65}{0,8} = 0,8125$

$P(X \times Y < 6) = f(1,1) + f(2,2) + f(1,3) = f(1,4) =$

$= 0,04 + 0,04 + 0,15 + 0,02 = 0,25$

P(produto de x por y inferior a 6)

Q1 de X é o valor que acumula 0,25 de Probabilidade

Como em X=1 acumula 0,21 será em X=2

(aliás $F(2) = 0,21 + 0,52 =$
$= 0,73$

3. Consumo diário de matéria prima metálica em dezenas de toneladas

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ Kx & ; 0 < x \leq 2 \\ 1 - Kx & ; 2 < x \leq 4 \\ 0 & ; x > 4 \end{cases}$$

(3)

a) (2,0) Determine k por forma que f(x) seja f.d.p

b) (2,0) Considere Y o desperdício de matéria prima. Sabe-se que $\mu = 180$ Kg e $\sigma = 30$Kg. Seleccionados 2 dias de produção calcule a prob. de que em ambos tenham sido desperdiçados mais de 250Kg de matéria prima. Indique os pressupostos que assume e justifique os resultado

a) determinar K da f.d.p. de X

Para ser função densidade de 1. $f(x) \geq 0 \quad \forall x$

e 2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$

então, sabendo que nos casos em que $f(x) = 0$ se tem $\int f = 0$

podemos simplificar por

$$\int_0^2 Kx\,dx + \int_2^4 1 - Kx\,dx = 1$$

Nota
$Kx \geq 0$
$1 - Kx \geq 0$

de 1. $Kx \geq 0$ logo $K > 0$ | para $0 < x \leq 2$

$1 - Kx \geq 0 \quad -Kx \geq -1 \quad Kx \leq 1 \quad K \leq \frac{1}{x} \quad (2 < x \leq 4)$

de 2. $K\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 + \left[1 - \frac{Kx^2}{2}\right]_2^4 = 1 \Leftrightarrow K\left[2 - 0\right] + \left[4 - 8K\right] -$

$- \left[2 - 2K\right] = 1 \Leftrightarrow 2K + 4 - 8K - 2 + 2K = 1 \Leftrightarrow 2 - 4K = 1$

$\Leftrightarrow -K = \frac{1-2}{4} = \frac{1}{4}$ ✓ verifica as condições

b) (2,0)

Assumindo que é uma variável Normal (é contínua)

Assumindo que os dias são independentes relativamente ao desperdício

$$P(D_1 > 250 \cap D_2 > 250) = P(D_1 > 250) \times P(D_2 > 250)$$

Sendo a mesma distribuição fica p^2 (4)

$P(X > 250) = 1 - P(X \leq 250) = 1 - P\left(Z \leq \frac{250-180}{30}\right)$

standardizando

$= 1 - P(Z \leq 2{,}33) = 1 - \phi(2{,}33) = 1 - 0{,}99010 = 0{,}0099$

Para os 2 dias vem $(0{,}0099)^2 = 0{,}00009801$

ambos

Fim