



Análise Infinitesimal | 21175

Período de Realização

Decorre de 7 a 17 de dezembro de 2018

Data de Limite de Entrega

17 de dezembro de 2018, até às 23h55m de Portugal Continental

Tema

Indução matemática e recursividade; cálculo diferencial e suas aplicações

Objetivos

Introduzir conceitos fundamentais da análise matemática, tais como as noções de indução matemática e recursividade; introduzir o cálculo diferencial e explorar as suas aplicações.

Trabalho a desenvolver

Resolver os exercícios propostos, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

Recursos

Material indicado na plataforma, nomeadamente:

P. M. Duarte, *Notas de Cálculo para Informática* (disponível na plataforma)

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações: Rigor científico, clareza, justificação e completude das respostas dadas. A cotação total deste e-Fólio é de **4 valores**, sendo distribuídos por questão da seguinte forma

- Questão 1 = 0.7 valores
- Questão 2 = 0.8 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
 - a) 0.3 valores
 - b) 0.3 valores
 - c) 0.2 valores
- Questão 3 = 0.7 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
 - a) 0.2 valores
 - b) 0.3 valores
 - c) 0.2 valores
- Questão 4 = 0.9 valores
- Questão 5 = 0.9 valores

Total: 4.0 valores

Normas a respeitar

Pode redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma ou num outro formato, desde que preencha todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Não é permitido o uso de computador ou máquina de calcular gráfica para traçar gráficos, nem para o cálculo de limites. Todas as resoluções devem realizadas de forma puramente analítica.

Os problemas que constam desta prova apenas poderão ser resolvidos usando resultados descritos ou usados nos primeiros nove capítulos do manual adotado (*Notas de Cálculo para Informática*). Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio e do código da disciplina, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB-21175.

Deve carregar o referido ficheiro **em formato pdf** para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Pedro Antunes

1. **[0.7 val.]** Prove por indução, que $\sum_{j=1}^{2n} j^2 = \frac{(4n+1)(2n+1)n}{3}$, $\forall n = 1, 2, 3, \dots$

2. **[0.8 val.]** Considere a seguinte sucessão:

$$\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_{n+1} = \sqrt{1+x_n} \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

(a) **[0.3 val.]** Prove que x_n é uma sucessão crescente.

(b) **[0.3 val.]** Prove que $x_n \leq 3$, $\forall n = 0, 1, 2, \dots$

(c) **[0.2 val.]** Prove que x_n é convergente e calcule o seu limite.

3. **[0.7 val.]** Considere a função $f(x) = \frac{(x^2 - 1)\sqrt{x+7}}{x+6}$.

(a) **[0.2 val.]** Determine o domínio de f .

(b) **[0.3 val.]** Prove por definição que f é diferenciável no ponto $x = 1$ e calcule $f'(1)$.

(c) **[0.2 val.]** Determine a equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto $x = 1$.

4. **[0.9 val.]** Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(\pi x)}{(e^{5x} - 1)^2}.$$

5. **[0.9 val.]** Prove que a função $f(x) = \sin(2x) \cos(x) - 4x + 3$ tem uma e uma só raiz em \mathbb{R} .

FIM