E-fólio A | Folha de resolução para E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: FÍSICA GERAL

CÓDIGO: 21048

DOCENTE: Nuno Sousa/Ana Valadares

ANO LETIVO: 2021-22

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Q1

(a) O enunciado descreve dois movimentos retilíneos uniformes (MRU), um segundo x e outro segundo a estrada oblíqua, que mais tarde se torna em movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

Para obter a distância de travagem da viatura B, podemos p.ex. calcular o tempo que esta demora a imobilizar-se e verificar que distância percorreu nesse intervalo.

Façamos então os cálculos: 60 km/h são 16,667 m/s no SI, o que implica um intervalo de tempo de

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \to \Delta t = \frac{\Delta v}{a} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{0 - 16{,}667}{-5{,}00} = 3{,}3334\ \mathrm{s}$$

até B se imobilizar. Notar que uma travagem implica redução do módulo da velocidade, razão pela qual aparece um sinal negativo na aceleração. Durante este tempo, a distância percorrida por B é, a 3 AS, de

$$d_m = v_{0B}t + \frac{1}{2}a_B t^2 \to d_m = 16{,}667 \cdot 3{,}3334 + \frac{1}{2}(-5{,}00) \cdot 3{,}3334^2 \Leftrightarrow d_m = 27{,}778\ \mathrm{m} \quad (27{,}8\ \mathrm{m})$$

distância medida segundo a estrada oblíqua. Ou seja, a viatura B pode estar a um mínimo de 27,8 m do entroncamento.

(b) Para responder a esta alínea há que saber quanto tempo se passa até que B se imobilize. Já sabemos que na travagem B percorre 27,778 m. Isto quer dizer que B percorre 120 m – 27,778 m = 92,222 m em MRU. A 16,667 m/s, este espaço é completado em

$$t = \frac{d_B - d_m}{v_B} \Leftrightarrow t = \frac{92,222}{16,667} = 5,5332 \text{ s}$$

para um tempo total de 5,5332 + 3,3334 = 8,8666 s. Ora neste intervalo de tempo a viatura A desloca-se, a 3 AS, de (50 km/h = 13,889 m/s)

$$\Delta x_A = v_{0A} t \rightarrow \Delta x_A = 13,889 \cdot 8,8666 = 123 \text{ m}$$

e estará na posição $\vec{x}_A = 123 - 100 = (23,0 \text{ m})\,\hat{\mathbf{i}}$, bem longe do ponto de cruzamento (0,0). Desde que B de facto trave, não haverá qualquer risco de colisão.

(c) A rapidez média é simplesmente, por definição, $s_{med} = \frac{\text{dist.}}{\Delta t}$. Há apenas que perceber o que significam as grandezas do 2º membro neste caso. Ora a distância é 120 m e o tempo os 8,8666 s calculados na alínea anterior. Isto dá-nos uma rapidez média de, a 3 AS,

$$s_{med} = \frac{\text{dist.}}{\Delta t} \rightarrow s_{med} = \frac{120}{8,8666} = 13,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Quanto à velocidade média, há que notar que esta grandeza é vetorial. A sua definição é $\vec{v}_{med} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{\Delta t}$, onde $\vec{r}_i$ é a posição de B no início da travagem e $\vec{r}_f$ o local de fim, a origem. A posição é, aplicando trigonometria e projeções,

$$\vec{r}_i = 120 \cdot (-\cos 30^o\,\hat{\mathbf{i}} - \text{sen}\, 30^o\,\hat{\mathbf{j}}) \rightarrow \vec{v}_{med} = \frac{(0,0) - 120 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{i}} - \frac{1}{2}\hat{\mathbf{j}}\right)}{8,8666} \Leftrightarrow \vec{v}_{med}$$
$$= -11,721 \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{i}} - 6,767 \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{j}} \quad \left(-11,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{i}} - 6,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{j}}\right)$$

Nota: sendo o movimento de B retilíneo e sem troca de sentido, a rapidez média é igual ao módulo da velocidade média. E de facto verifica-se que $|\vec{v}_{med}| = \sqrt{(-11,721)^2 + (-6,767)^2} = 13,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = s_{med}$.

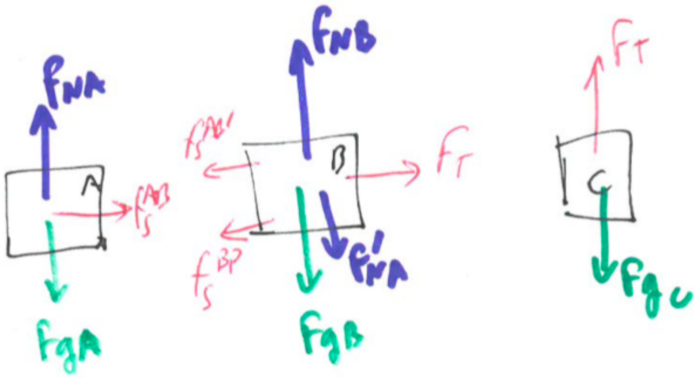
(d) A potência da travagem pode ser calculada p.ex. notando que o trabalho realizado sobre B é $W_{tot} = \Delta E_c$ (teorema de trabalho-energia) e que $\mathcal{P} = \frac{W}{t}$, que neste caso tem $W = W_{tot}$ e $t = 3{,}3334\ \mathrm{s}$ (tempo de travagem). Isto dá-nos, a 3 AS,

$$\mathcal{P} = \frac{W}{t} \Leftrightarrow \mathcal{P} = \frac{E_{cf} - E_{ci}}{3{,}3334} \Leftrightarrow \mathcal{P} = \frac{0 - \frac{1}{2} m_B v_{0B}^2}{3{,}3334} \Leftrightarrow \mathcal{P} = \frac{-\frac{1}{2} 1200 \cdot 16{,}667^2}{3{,}3334}$$
$$= -50\,000\ \mathrm{W} \quad (50\ \mathrm{kW})$$

Uma vez que há derrapagem, todos os eixos motrizes de B estão bloqueados i.e. (não se movem) e esta potência é, portanto, desenvolvida exclusivamente pelo atrito cinético entre os pneus e a estrada. O sinal menos significa apenas que é trabalho dissipativo. Notar que nem o peso nem a normal de B realizam trabalho, porque são perpendiculares ao deslocamento.

Q2

(a) Uma metodologia útil para resolver problemas de estática e dinâmica é (1) marcar forças; (2) escolher um referencial; (3) escrever equações e resolver. Marcando forças em diagrama de corpo livre temos



Como referencial podemos escolher um referencial local, com +x ao longo da corda, tal como sugerido no enunciado. Neste referencial as equações derivadas da 2ª lei de Newton são, após projeção sobre os eixos e notando que todo o movimento é solidário (i.e., todos os corpos têm a mesma aceleração),

$$\begin{aligned} A,x&: f_s^{AB} = m_A a \\ A,y&: -F_{gA} + F_{NA} = 0 \\ B,x&: -f_s^{BP} - f_s^{AB'} + F_T = m_B a \\ B,y&: -F_{gB} - F'_{NA} + F_{NB} = 0 \\ C,x&: -F_T + F_{gC} = m_C a \end{aligned}$$

Substituindo expressões e notando que $f_s^{AB}/f_s^{AB'}$ e F_{NA}/F'_{NA} têm a mesma intensidade por serem pares ação/reação, vem

$$\begin{array}{c} f_s^{AB} = m_A a \\ F_{NA} = m_A g \\ -\mu_s^{BP} F_{NB} - f_s^{AB} + F_T = m_B a \\ F_{NB} = m_B g + m_A g \\ -F_T + m_C g = m_C a \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{c} f_s^{AB} = m_A a \\ F_{NA} = m_A g \\ -\mu_s^{BP}(m_A + m_B)g - m_A a + F_T = m_B a \\ F_{NB} = (m_B + m_A)g \\ -F_T + m_C g = m_C a \end{array}$$

Somando a 3ª e 5ª equações vem

$$-\mu_s^{BP}(m_A + m_B)g - m_A a + F_T - F_T + m_C g = m_B a + m_C a$$

A tensão cancela e temos, substituindo valores,

$$-\mu_s^{BP}(m_A + m_B)g - m_A a + m_C g = (m_B + m_C)a \Leftrightarrow a = \frac{-\mu_s^{BP}(m_A + m_B) + m_C}{m_A + m_B + m_C} g$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{-0{,}25 \cdot (4{,}0 + 6{,}0) + 5{,}0}{4{,}0 + 6{,}0 + 5{,}0} g \Leftrightarrow a = \frac{2{,}5}{15} g \Leftrightarrow a = \frac{1}{6} g$$

$$= 1{,}633 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(1{,}6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

Substituindo a aceleração na 5ª equação do sistema temos

$$-F_T + m_C g = m_C a \Leftrightarrow F_T = m_C(g - a) \Leftrightarrow F_T = 5g\left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{25g}{6}$$

$$= 40{,}83\ \mathrm{N} \quad (41\ \mathrm{N})$$

(b) O valor mínimo do atrito estático acontece quando A está na iminência de deslizar sobre B, sendo este puxado pela corda. Nesta situação na expressão $f_s \leq \mu_s F_N$ a desigualdade satura e vem $f_s = \mu_s F_N$. Para o caso em questão temos, da 1ª equação do sistema,

$$f_s^{AB} = m_A a \rightarrow \mu_s^{AB} F_{NA} = m_A a \Leftrightarrow \mu_s^{AB} m_A g = m_A a \Leftrightarrow \mu_s^{AB} = \frac{a}{g} = \frac{g/6}{g} = \frac{1}{6} \quad (0{,}17)$$

Recorde-se que este é um valor mínimo. Qualquer valor $\mu_s^{AB} > \frac{1}{6}$ mantém o movimento solidário, sem A deslizar sobre B.

(c) A forma mais simples de calcular o trabalho de todas as forças é recorrer novamente ao teorema de trabalho-energia, $W_{tot} = \Delta E_c$. Para percorrer 1,2 m com aceleração $g/6$ são necessários, da lei do MRUV,

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow 1{,}2 = 0 + \frac{1}{2}\frac{g}{6} t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{1{,}2 \cdot 2 \cdot 6}{9{,}8}} = 1{,}212\ \mathrm{s}$$

Ao fim deste tempo o sistema tem velocidade

$$v = v_0 + at \Leftrightarrow v = 0 + \frac{g}{6} \cdot 1{,}212 = 1{,}980\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

e uma energia cinética de $E_c = \frac{1}{2} m_{tot} v^2 \Leftrightarrow E_c = 29{,}40\ \mathrm{J}\ \ (29\ \mathrm{J})$. Deixa-se ao estudante obter este resultado pela soma do trabalho dos atritos e do peso (outras forças têm trabalho nulo ou que se anula aos pares).

(d) Se $\mu_s^{AB} < \frac{1}{6}$ o atrito estático não é suficientemente forte para levar a uma aceleração de *g*/6 e A começará a deslizar sobre B, indo ficando para trás até tombar.

Durante esse deslizamento teremos uma força de atrito cinético entre A e B a atuar, de valor $f_k^{AB} < m_A a$. Se olharmos à expressão $a = \frac{-\mu_s^{BP}(m_A+m_B)+m_C}{m_A+m_B+m_C} g$, vemos que isto leva a uma aceleração maior do que a da alínea (a) porque o termo m_A no denominador será substituído por algo inferior a m_A. Olhando agora à 5ª equação, $F_T = m_C(g-a)$, vemos que se a aceleração aumenta, a tensão diminui.

Depois de A tombar, o atrito cinético desaparece. A aceleração sobe ainda mais e a tensão fica ainda menor.