UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

U.C. 21048

Física Geral

28 de julho de 2016 - RESOLUÇÃO

INSTRUÇÕES

Leia com atenção o que se segue antes de iniciar a sua prova:

Verifique se o enunciado desta prova possui, para além desta folha de rosto, mais 5 páginas, numeradas de 2 a 6 e terminando com a palavra FIM.

O estudante não necessita de indicar qualquer resposta neste enunciado, pelo que poderá ficar na posse do mesmo finda a prova.

Este exame consta de duas partes:

1) A primeira é constituída por **6 questões de escolha múltipla**, em que apenas uma das respostas é correta. **As respostas a estas questões devem ser feitas na folha de prova** (não neste enunciado). Indique de uma forma clara a alínea que corresponde à resposta que considera correta. Respostas que não sejam claras ou cuja interpretação seja ambígua serão consideradas **nulas**. Se desejar, pode incluir detalhes da sua resolução da questão. Se desses detalhes o professor verificar que respostas incorretas se deveram apenas a pequenos erros de cálculo, estas poderão ser parcialmente cotadas.
2) A segunda é composta por **4 questões estruturadas** de produção de resposta. Nestas respostas os parâmetros valorizados são:
   - O rigor científico do raciocínio usado, nomeadamente na identificação dos princípios físicos em jogo e na colocação do problema em equação.
   - O rigor dos cálculos efetuados, incluindo a expressão correta dos resultados (os valores numéricos com os algarismos significativos e unidades adequados) e a interpretação dos resultados (se aplicável). Os resultados devem ser apresentados com 2 ou 3 algarismos significativos.
   - A questão 4 está cotada entre 3 e 5 valores, conforme a complexidade dos cálculos e método numérico apresentados. A soma desta questão com as restantes é truncada a 20 valores.

Recomenda-se que:

- Leia com muita atenção as questões e selecione bem os dados e incógnitas antes de responder.
- Responda primeiro às questões que julgar mais acessíveis, e só depois às questões que considerar mais difíceis.
- Reveja as resoluções cuidadosamente antes de entregar a prova.

Pode utilizar a sua máquina de calcular, mas não pode emprestá-la a qualquer dos seus colegas.

Duração: 2h:30 min

FORMULÁRIO E VALORES DE CONSTANTES FÍSICAS

$$\Delta G = G_f - G_i \quad ; \quad \vec{A} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}} \quad ; \quad |\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \quad ; \quad \vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos(\sphericalangle AB) \quad ; \quad \vec{A}\times\vec{B} = AB\,\mathrm{sen}(\sphericalangle AB)\,\hat{\mathbf{n}}$$

$$\text{Círculo: } \begin{cases} A = \pi R^2 \\ P = 2\pi R \end{cases} \quad ; \quad \text{Esfera: } \begin{cases} V = \frac{4}{3}\pi R^3 \\ A = 4\pi R^2 \end{cases} \quad ; \quad \text{Cilindro: } \begin{cases} V = \pi R^2 h \\ A = 2\pi R^2 + 2\pi R h \end{cases}$$

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad ; \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad ; \quad s_{med} = \frac{\text{distância}}{\Delta t} \quad ; \quad s = |\vec{v}| = v \quad ; \quad \vec{a}_{med} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad ; \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\begin{cases} \vec{v} = cte \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t \end{cases} \quad \text{1D:} \begin{cases} v = cte \\ x = x_0 + vt \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} \vec{a} = cte \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \end{cases} \quad \text{1D:} \begin{cases} a = cte \\ v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\theta = \frac{d}{R} \;;\; 1\text{ rot} = 2\pi\text{ rad} \\ \omega = \frac{d\theta}{dt} \;;\; \omega_{med} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \\ \alpha = \frac{d\omega}{dt} \;;\; \alpha_{med} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \end{cases} ; \quad \begin{cases} d = \Delta\theta\, R \\ v = \omega R \\ a_t = \alpha R \;;\; a_n = \frac{v^2}{R} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \omega = cte \\ \theta = \theta_0 + \omega t \end{cases} ; \quad \begin{cases} \vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} \\ \alpha = \frac{|\Sigma\vec{\tau}|}{I} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \alpha = cte \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases}$$

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \quad ; \quad F_g = mg \quad \left(g = 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \quad ; \quad f_s \le \mu_s F_N \quad ; \quad f_k = \mu_k F_N \quad ; \quad F_{cent} = m\frac{v^2}{R}$$

$$W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} \quad ; \quad E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad ; \quad E_p = -\int_{xi}^{xf} F_C(x)\,dx \quad ; \quad F_C = -\frac{dE_p}{dx} \quad ; \quad E_{pg} = mgh \quad ; \quad F_{elast} = -kx \quad ; \quad E_{p.elast} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_m = E_c + E_p \quad ; \quad W_{tot} = \Delta E_c \quad ; \quad W_C = -\Delta E_p \quad ; \quad W_{NC} = \Delta E_m \quad ; \quad \mathcal{P}_{med} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad ; \quad \mathcal{P} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad ; \quad \vec{I} = \vec{F}_{ext}\Delta t \quad ; \quad \vec{I} = \Delta\vec{p}$$

$$F_G = G\frac{Mm}{r^2} \quad ; \quad V_G = -G\frac{M}{r} \quad ; \quad E_{pG} = mV_G \quad \left(G = 6{,}67\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N.m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right) \quad ; \quad a_g = g = G\frac{M}{R^2}$$

Para uma ED do tipo: $\frac{dx}{dt} = f(t,x)$

Euler/Runge – Kutta 1: $x_{i+1} = x_i + f(t_i, x_i)h \quad ; \quad h = t_{i+1} - t_i$

Heun/Previsor – Corretor/Runge – Kutta 2: $\begin{cases} x_{i+1}^{(P)} = x_i + f(t_i, x_i)h \\ x_{i+1} = x_i + \frac{f(t_i, x_i) + f\left(t_{i+1}, x_{i+1}^{(P)}\right)}{2}h \end{cases} \quad ; \quad h = t_{i+1} - t_i$

Nota: x_i, x_{i+1} são o mesmo que respetivamente $x(t_i), x(t_{i+1})$.

PARTE I

1. (1,5 val) Uma pedra é lançada ao ar verticalmente com rapidez inicial de 15 m/s. Ela é apanhada de volta na queda, 5,0 m acima do ponto de lançamento. Qual a sua rapidez quando é apanhada?

A. 2,7 m/s **B.** 5,0 m/s **C.** 11 m/s **D.** 17 m/s **E.** 26 m/s **F.** 36 m/s

A pedra descreve um MRUV. Escolhendo um referencial com sentido positivo para cima, temos, dos dados do enunciado e no SI,

$$\begin{cases} v = v_0 - gt \\ y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v = 15 - 9{,}8t \\ y = y_0 + 15t - \frac{1}{2} 9{,}8 t^2 \end{cases}$$

Passar 5,0 m acima do ponto de lançamento significa $y = y_0 + 5{,}0$ m. Isto acontece no instante (recordemos a fórmula resolvente $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$)

$$y_0 + 5{,}0 = x_0 + 15t - \frac{1}{2} 9{,}8t^2 \Leftrightarrow -4{,}9t^2 + 15t - 5{,}0 \Leftrightarrow t = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4(-4{,}9)(-5)}}{2\,(-4{,}9)} \Leftrightarrow t = \begin{cases} 0{,}381 \text{ s} \quad (0{,}38 \text{ s}) \\ 2{,}680 \text{ s} \quad (2{,}7 \text{ s}) \end{cases}$$

A primeira solução corresponde ao instante em que a pedra passa 5,0 m acima do ponto de largada pela 1ª vez (a subir). A segunda solução ao momento em que passa a 5,0 m, a descer. É esta a que nos interessa embora, para efeitos de cálculo da rapidez, tanto uma como outra sirvam. Substituindo $t = 2{,}680$ s na expressão da velocidade temos

$$v(2{,}680 \text{ s}) = \left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) - \left(9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(2{,}680 \text{ s}) = -11{,}26 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left(-11 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

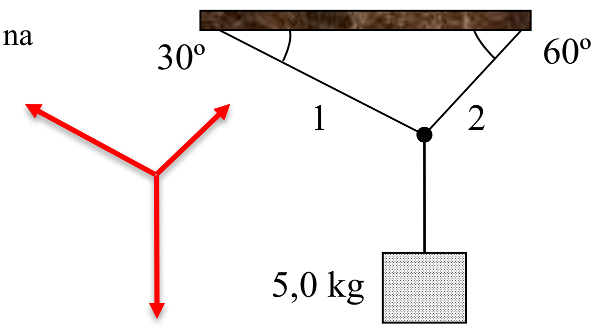
O sinal negativo quer apenas dizer que a pedra está a descer neste instante. A rapidez, que é sempre positiva, é de aproximadamente 11 m/s.

2. (1,5 val) Qual a magnitude da força de tensão na corda 2 na figura ao lado?

A. 98 N **D.** 43 N

B 88 N **E.** 24 N

C. 56 N **F.** 13 N



Marcámos ao lado da figura as três tensões que atuam no ponto de junção das cordas (F_{T1} e F_{T2} são as tensões na corda respetiva e à tensão na corda vertical vamos chamar F_{T5} – o módulo desta tensão é igual ao peso do bloco suspenso). Para o sistema estar em repouso devemos ter $\Sigma\vec{F} = 0$ no ponto de junção. Decompondo as tensões num referencial xy usual centrado na junção temos, após alguma trigonometria elementar,

$$\begin{cases}\Sigma F_x = 0\\ \Sigma F_y = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-F_{T1}\cos(30^0) + F_{T2}\cos(60^0) = 0\\ F_{T1}\,\text{sen}(30^0) + F_{T2}\,\text{sen}(60^0) - F_{T5} = 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}-0{,}866\,F_{T1} + 0{,}5\,F_{T2} = 0\\ 0{,}500\,F_{T1} + 0{,}866\,F_{T2} - (5{,}0\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}F_{T1} = 0{,}5574\,F_{T2}\\ 0{,}500\,(0{,}5574\,F_{T2}) + 0{,}866\,F_{T2} = 49\text{ N}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\cdots\\ 1{,}1447\,F_{T2} = 49\text{ N}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\cdots\\ F_{T2} = 42{,}8\text{ N} \quad (43\text{ N})\end{cases}$$

3. (1,5 val) Numa corrida de Fórmula 1 um dos bólides faz uma curva de raio constante de 15 m à rapidez de 90 km/h. Quanto vale a aceleração lateral que o piloto sofre, em *g*s? (Nota: 1 *g* = 9,8 m/s^2.)

A. 1,2 *g* **B.** 2,8 *g* **C.** 4,2 *g* **D.** 5,2 *g* **E.** 6,1 *g* **F.** 9,8 *g*

Considerando que a curva é feita em movimento circular uniforme temos, passando os 90 km/h ao SI ($90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$) e notando que $1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{1}{9{,}8}\,g$,

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{15\text{ m}} = 41{,}67\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow a_r = 41{,}67\left(\frac{1}{9{,}8}\,g\right) = 4{,}2\;g$$

4. (1,0 val) Os pneus de um carro têm coeficiente de atrito estático pneu-solo de 0,70. Qual a inclinação máxima de rampa que o carro conseguirá subir, assumindo que dispõe de toda a potência motriz solicitada?

A. 8,5º **B.** 15º **C.** 20º **D.** 35º **E.** 76º **F.** Qualquer inclinação.

Uma vez que o atrito estático pneu-solo é o responsável pela subida rampa acima, para subir a viatura precisa apenas que este atrito não sature. Ou seja, que o atrito estático máximo não ultrapasse a componente do peso ao longo da rampa. Designando esta direção por *x* e fazendo +*x* rampa acima, a condição acima torna-se

$$f_s^{max} = F_{gx} \rightarrow \mu_s F_N = mg\,\text{sen}\,\theta$$

com θ o ângulo de inclinação da rampa. Como para uma rampa inclinada temos $F_N = mg\cos\theta$ vem, substituindo acima,

$$\mu_s mg\cos\theta = mg\,\text{sen}\,\theta \Leftrightarrow \mu_s = \text{tg}\,\theta \Leftrightarrow \theta = \text{arctg}\,\mu_s \Leftrightarrow \theta = \text{arctg}\,0{,}70 = 35^{\text{o}}$$

5. (1,5 val) Uma mola de constante elástica 72 kN/m é comprimida verticalmente de 5,0 cm. Uma massa de 300 g é colocada no seu topo e a mola é largada. Quanto vale aproximadamente a altura que a massa atinge?

A. 31 m **B.** 16 m **C.** 7,8 m **D.** 5,5 m **E.** 2,7 m **F.** 1,2 m

Tanto a força elástica como o peso são forças conservativas. Assim, o sistema é conservativo e a energia potencial elástica no ponto de compressão máxima da mola (chamemos-lhe 'A') é integralmente transformada em energia potencial gravítica no topo da trajetória ('B'). Fazendo a origem da energia potencial em A temos então

$$E^A_{p,elast} = E^B_{pg} \to \frac{1}{2}kx^2 = mgh_B \Leftrightarrow h_B = \frac{\frac{1}{2}kx^2}{mg} \Leftrightarrow h_B = \frac{\frac{1}{2}\left(72\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right)(0{,}050\ \mathrm{m})^2}{(0{,}300\ \mathrm{kg})\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)} = 30{,}61\ \mathrm{m}\quad(31\ \mathrm{m})$$

Saliente-se que h_B é medido de desde o ponto de compressão máxima da mola e não de desde a posição de equilíbrio desta.

6. **(1,0 val)** A equação de movimento de um grave real de massa m é (+y para cima) $m\frac{dv}{dt} = bv^2 - mg$, em que b é um coeficiente aerodinâmico. Qual será a velocidade terminal de um tal grave, quando deixado cair com velocidade inicial nula?

A. $\frac{b}{mg}$ **B.** $\frac{mg}{b}$ **C.** $\sqrt{\frac{b}{mg}}$ **D.** $\sqrt{\frac{mg}{b}}$ **E.** $\frac{b}{g}$ **F.** $\sqrt{\frac{g}{b}}$

A velocidade terminal, v_T, é atingida quando o arrasto do ar é igual ao peso do grave. As duas forças anulam-se e o grave cai a velocidade constante, i.e. quando $\frac{dv}{dt} = 0$. Neste ponto temos, da ED,

$$m\frac{dv}{dt} = bv^2 - mg \to 0 = bv_T^2 - mg \Leftrightarrow v_T = \sqrt{\frac{mg}{b}}$$

PARTE II

1. Um automóvel, inicialmente no ponto A, viaja para norte em movimento retilíneo uniforme a 36,0 km/h durante 1,00 minutos. Em seguida para nos semáforos durante 30,0 s antes de virar à direita (i.e. para leste) e acelerar até aos 45,0 km/h à taxa de 1,25 m/s^2. No instante em que atinge os 45,0 km/h encontra-se no ponto B.

No seguinte assuma que norte corresponde a +y, leste a +x e que o ponto A tem coordenadas $(x,y) = (0,0)$. Assuma também que a travagem nos semáforos é praticamente instantânea. Calcule:

a. **(1,0 val)** A posição do ponto B.

b. **(1,0 val)** o vetor aceleração média do automóvel entre A e B.

c. **(1,0 val)** No trajeto entre A e B, será a *rapidez média* do automóvel é maior ou menor de que o *módulo da velocidade média*? Justifique (não necessita de fazer os cálculos).

(a) Em primeiro lugar há que acertar unidades. notemos que 36,0 km/h = 10 m/s e 45 km/h = 12,5 m/s. Vamos chamar 'S' ao local dos semáforos. Este local situa-se, pela lei do MRU, em

$$y = y_0 + v_y t \to y_S = y_A + \left(10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)(60\ \mathrm{s}) \Leftrightarrow y_S = 600\ \mathrm{m} \quad\to\quad (x_S, y_S) = (0\ \mathrm{m}, 600\ \mathrm{m})$$

Após a passagem pelos semáforos, temos MRUV na direção x. O tempo que demora a acelerar até aos 45 km/h é, pelas leis do MRUV,

$$v = v_0 + at \rightarrow 12{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0 + \left(1{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) t \Leftrightarrow t = 10{,}0\ \mathrm{s}$$

Durante estes 10,0 s o veículo deslocou-se no sentido $+x$ um total de, novamente pelas leis do MRUV,

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x_B = x_S + 0 + \frac{1}{2}\left(1{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(10{,}0\ \mathrm{s})^2 \Leftrightarrow x_B = 62{,}5\ \mathrm{m}$$

Juntando tudo temos finalmente

$$(x_B, y_B) = (62{,}5\ \mathrm{m};\ 600\ \mathrm{m})$$

(b) A aceleração média é, por definição, $\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$. Entre A e B temos então

$$\vec{a}_m^{A\rightarrow B} = \frac{\vec{v}_B - \vec{v}_A}{\Delta t^{A\rightarrow B}}$$

Do enunciado sabemos que $\vec{v}_B = 12{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{i}}$ e que $\vec{v}_A = 10{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{j}}$. *Atenção ao caráter vetorial da aceleração!* Quanto ao intervalo de tempo, atenção porque este é composto de três partes: trajeto até aos semáforos (60,0 s), espera nos semáforos (30,0 s) e aceleração até B (10,0 s). São no total 100 s e vem por fim

$$\vec{a}_m^{A\rightarrow B} = 0{,}125\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{i}} + 0{,}100\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{j}}$$

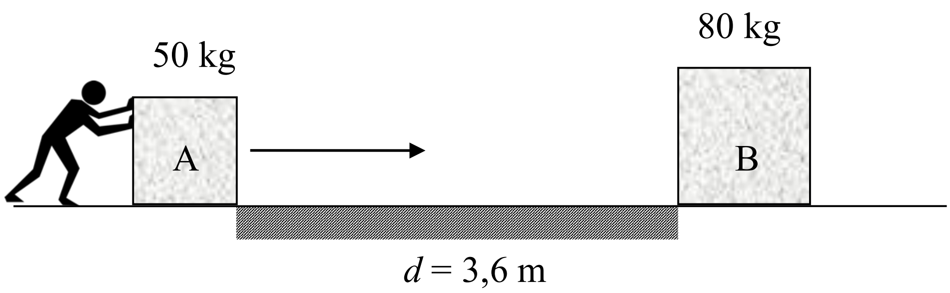
(c) Comparemos as definições de rapidez média e de módulo da velocidade média:

$$s_m = \frac{\mathrm{dist.}}{\Delta t} \quad ; \quad v_m = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

Para começar, é fácil de ver que o módulo $|\Delta \vec{r}|$ tem sempre uma magnitude *menor ou igual* do que a distância percorrida. Assim, a rapidez média é sempre *maior ou igual* do que o módulo da velocidade média.

No caso particular do trajeto A→B podemos calcular explicitamente estes valores: dist. $= 600\ \mathrm{m} + 62{,}5\ \mathrm{m} = 662{,}5\ \mathrm{m}$ e $|\Delta \vec{r}| = \sqrt{62{,}5^2 + 600^2} = 603{,}2\ \mathrm{m}$. A conclusão é que neste caso a rapidez média, que a 3 AS é 6,63 m/s, é *maior* do que o módulo da velocidade média, cujo valor é 6,03 m/s (3 AS também).

2. No desenho abaixo o homem empurra o caixote A de desde o repouso até este atingir a rapidez de 5,2 m/s, largando-o de seguida. O caixote desliza, com atrito, por uma distância de 3,6 m até chocar com o caixote B, à rapidez de 2,0 m/s. Imediatamente após o choque o caixote A imobiliza-se.



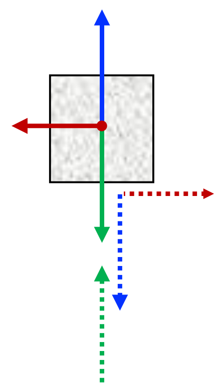
Nas questões seguintes trate os caixotes como corpos pontuais.

a. **(1,0 val)** Desenhe na folha de ponto as forças que atuam no caixote durante o trajeto de 3,6 m e caraterize os pares ação-reação das mesmas.

b. **(1,0 val)** Calcule a rapidez do caixote B imediatamente após o choque.

c. **(1,0 val)** Verifique se houve energia mecânica perdida no choque. Em caso afirmativo, diga o que aconteceu a esta energia.

(a) No desenho ao lado temos as forças e respetivos pares (na mesma cor e a tracejado). A azul a força normal, a verde o peso e a vermelho o atrito cinético. O par do peso está aplicado no centro da Terra e os pares do atrito e normal estão aplicados no solo. Os pares têm magnitude e direção iguais às forças com que emparelham e sentido oposto.



(b) No choque apenas atuam forças internas, portanto o momento linear conserva-se. Arbitrando a direita como o sentido positivo do eixo horizontal dos *xx* temos, usando os dados do enunciado,

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \to p_{ix} = p_{fx} \Leftrightarrow m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf}$$
$$\Leftrightarrow (50 \text{ kg}) \left(2{,}0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) + 0 = 0 + (80 \text{ kg}) v_{Bf} \Leftrightarrow v_{Bf} = 1{,}25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(c) Como no choque a energia potencial não joga nenhum papel, a variação de energia mecânica é igual à variação de energia cinética, que é

$$\Delta E_m = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2 - \left(\frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bi}^2\right) \Leftrightarrow \Delta E_c$$
$$= 0 + \frac{1}{2}(80 \text{ kg}) \left(1{,}25 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left[\frac{1}{2}(50 \text{ kg}) \left(2{,}00 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 0\right] = -37{,}5 \text{ J}$$

Houve efetivamente perda de energia cinética. Não houve, no entanto, perda energia no sistema: a energia cinética transformou-se simplesmente em energia calorífica, i.e. aquecimento dos blocos.

3. Considere o enunciado do problema anterior. (Esta questão pode ser resolvida independentemente desse problema.)

a. **(2,0 val)** Calcule o coeficiente de atrito cinético entre o caixote A e o chão.

b. **(1,0 val)** Sabendo que o homem empurra o caixote durante um intervalo de tempo de 0,70 s, calcule a magnitude média da força que o homem exerceu.

(a) O coeficiente pode ser calculado aplicando o corolário do teorema de trabalho-energia, $W_{NC} = \Delta E_m$. No trajeto sombreado apenas a força de atrito (que é não-conservativa) realiza trabalho. Da definição deste, $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \Delta r \cos \sphericalangle(F, r)$, e de $f_k = \mu_k F_N$ (note-se que aqui $F_N = F_g = mg$) vem então

$$W_{NC} = \Delta E_m \to W_{f_k} = E_{mf} - E_{mi} = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 - \frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2 \Leftrightarrow f_k \Delta r \cos(180^0)$$
$$= \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 - \frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2 \Leftrightarrow -\mu_k F_N d = -\frac{1}{2} m_A \left(v_{Ai}^2 - v_{Af}^2\right) \Leftrightarrow \mu_k = \frac{\frac{1}{2} m_A \left(v_{Ai}^2 - v_{Af}^2\right)}{m_A g d}$$
$$= \frac{\left(v_{Ai}^2 - v_{Af}^2\right)}{2gd}$$

(Os índices 'i' e 'f' referem-se ao início e fim do deslizamento pela zona a sombreado.) Substituindo os dados do enunciado temos

$$\mu_k = \frac{\left(5{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(2{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\left(9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3{,}6\text{ m})} = 0{,}327 \quad (0{,}33)$$

Esta não é a única maneira de resolver o problema. Podia-se p.ex. calcular a aceleração dos dados do enunciado (isto daria $a = -3{,}2\text{ m/s}^2$) e aplicar $\Sigma F = ma \rightarrow f_k = ma \Leftrightarrow \mu_k = a/g$.

(b) A força média pode ser tirada da definição de impulso, $\vec{I} = \vec{F}_{\text{med}}\Delta t$, e do teorema de momento-impulsão, $\vec{I} = \Delta\vec{p}$. Fruto do empurrão, o caixote adquire a velocidade indicada de 5,2 m/s (assumimos que o empurrão é dado a partir do repouso). Isto corresponde a um momento linear de magnitude $p = m_A v_A = (50\text{ kg})\left(5{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 260\,\frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$. A força média sobre ele tem então magnitude ($\Delta p = p_f - p_i = p - 0 = p$)

$$F_{\text{med}} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{p}{\Delta t} = \frac{260\,\frac{\text{kg.m}}{\text{s}}}{0{,}70\text{ s}} = 371{,}4\text{ N} \quad (370\text{ N})$$

Nota: embora não seja dito no enunciado, supôs-se aqui que não há atrito durante o empurrão do homem. Essa ausência é apenas subentendida pela ausência de sombreado no local do empurrão.

4. Um corpo de massa 5,0 kg, inicialmente em repouso, move-se retilineamente sob ação de uma força dependente do tempo e da velocidade. A equação diferencial que descreve o seu movimento é

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{5{,}0}\left[\text{sen}\left(\frac{t}{4}\right) - 2{,}5v\right]$$

NOTA: ponha a sua calculadora em radianos.

(3,0 a 5,0 val) Integre numericamente a ED acima para os primeiros 10 s, com passo h = 2,0 s. Para o efeito, copie a tabela abaixo para a sua folha de prova e preencha-a.

Max 3,0 val para resoluções pelo método de Euler; max 5,0 val por Heun. Preencha a coluna k_2 apenas e só se resolver pelo método de Heun.

t (s)	v (m/s)	$k_1 = f(t_i, v_i)$	$k_2 = f\left(t_{i+1}, v_{i+1}^{(P)}\right)$
0	0	0	0,095885108
2	0,095885108	0,047942554	0,072409089
4	0,216236751	0,060175822	0,0312048
6	0,307617373	0,045690311	-0,017639512
8	0,335668172	0,014025399	-0,062165057
10	0,287528515	-0,024069829	-0,091470427