Matemática Finita | 21082

Data de Realização

30 de junho de 2020

Hora Limite de Entrega

14h00 de Portugal Continental

Tema

Todos os temas programáticos de Matemática Finita

Trabalho a desenvolver

Resolução dos sete grupos de exercícios constantes no enunciado.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total desta prova é de 20 valores.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**
1,6 val.	**1,3** val.	**2,8** val.	**3,8** val.	**2** val.	**3,5** val.	**5** val.

Normas a respeitar

Deve redigir o exame na Folha de Resolução disponibilizada e preencher todos os dados do cabeçalho.

Escreva sempre com letra legível.

As suas respostas às questões desta prova não devem ultrapassar 12 páginas A4.

Depois de ter realizado o exame produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação de Exame, segundo o exemplo apresentado: 000000exame.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo Exame até à hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira

Enunciado

1. Considere um conjunto A e um subconjunto não vazio $B \subseteq A$ tais que $\#A = n$ e $\#B = k$. Determine o número total de subconjuntos de A cuja interseção com B tem um único elemento.

2. Determine o coeficiente de x^3 no desenvolvimento de $(x + \frac{1}{x})^{12}$.

3.

3.1. Entre todos os números naturais entre 0 e 1000, inclusive, determine quantos são divisíveis por 9.

3.2. Por recurso a um dos critérios de divisibilidade por 9, confirme o resultado obtido na alínea anterior.

4. Mostre que

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{2n+1}{k} = 2^{2n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

por recurso...

4.1. ... ao método de indução matemática

4.2. ... a resultados de manipulação de coeficientes binomiais e somas

5. Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$. Mostre que a equação em $x \in \mathbb{Z}$

$$ax \equiv b \pmod{n}$$

tem soluções se, e só se, $\mathrm{mdc}(a, n) \mid b$.

6. Averigue, de modo eficiente, se existem soluções inteiras para cada uma das equações seguintes:

6.1. $9957x + 381y = 7$

6.2. $1724x \equiv 3 \pmod{105}$

7. Considere a sucessão $\langle a_n \rangle$ definida por

$$a_n + 1764a_{n-2} = 85a_{n-1}, \quad n \geq 2$$

para $a_0 = 13$ e $a_1 = 559$.

7.1. Determine o termo geral da sucessão.

7.2. Relativamente à fatorização de cada a_n, $n \in \mathbb{N}$, em números primos, verifique que um dos fatores é igual a 13.

7.3. Para cada $n \in \mathbb{N}$, calcule $\mathrm{mmc}(a_n, 13)$.

FIM