

**U.C. 21037**  
**Elementos de Probabilidades e Estatística**  
**26 de junho de 2013**

**- INSTRUÇÕES -**

- O estudante deverá responder à prova na folha de ponto e preencher o cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Verifique no momento da entrega das folhas de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- O p-fólio é composto por 2 grupos de questões, contém 1 página e termina com a palavra **FIM** e por um formulário de 2 páginas que termina com as palavras **FIM DO FORMULÁRIO**. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova.
- Utilize uma letra legível e não use uma caneta de outra cor que não seja o preto ou o azul - as respostas a lápis não serão consideradas.
- É permitido o uso de máquina de calcular e do formulário que acompanha esta prova.
- **O p-fólio tem a duração máxima de 1 hora e 30 minutos.**

**CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO:**

- Para a correcção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correcção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objectiva e correctamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático correctos, utilizando notação apropriada. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- A distribuição da cotação total (12 valores) pelos 2 grupos de questões é a seguinte:

Grupo	1	2
Cotação	6.0	6.0

1. Considere os dados seguintes relativos ao número de intervenções cirúrgicas realizadas diariamente num bloco operatório de um hospital durante o período de 200 dias:

Quadro I

Nº de intervenções	$n_i$	$N_i$	$f_i$
0	40		
1		90	
2			0.30
3			
4	20		

( $n_i$  frequência absoluta;  $N_i$  frequência absoluta acumulada;  $f_i$  frequência relativa)

- 1.1. Complete o Quadro I utilizando a informação indicada. Justifique detalhadamente todos os raciocínios e cálculos que efectuar.
- 1.2. Qual o número de dias em que o bloco foi utilizado para uma, duas, ou três intervenções cirúrgicas? Justifique.
- 1.3. Determine, justificando, a moda e a mediana do número de intervenções cirúrgicas realizadas diariamente.
2. Uma máquina produz parafusos. Neste processo de fabrico verifica-se que o comprimento (em centímetros) dos parafusos é uma variável normalmente distribuída de média 5 cm e desvio padrão 0.2 cm. É considerado defeituoso todo o parafuso cujo comprimento saia do intervalo  $]4.8, 5.2[$ . Nesta situação, o parafuso é rejeitado.
- 2.1. Qual a percentagem de parafusos defeituosos produzidos por esta máquina? Justifique.
- 2.2. Entre os parafusos rejeitados, a maior taxa de rejeição verifica-se entre os parafusos com mais de 5.2 cm, ou entre os parafusos com menos de 4.8 cm de comprimento? Justifique.
- 2.3. Escolhida uma amostra aleatória de 10 parafusos da produção anual, qual é a probabilidade de que nenhum seja defeituoso? Justifique.

FIM

## FORMULÁRIO

Modelos	Expressão das funções de Probabilidade	$\mu$	$\sigma^2$
Bernoulli	$P(X = x) = p^x (1-p)^{1-x}$ $x=0,1$	$p$	$p(1-p)$
Binomial	$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ $x=0,1,..n$	$np$	$np(1-p)$
Poisson	$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$ $x=0,1,...$	$\lambda$	$\lambda$
Uniforme	$P(X = x) = \frac{1}{n}$ $x=0,1,...$	$\frac{n+1}{2}$	$\frac{n^2-1}{12}$
Geométrica	$P(X = x) = p(1-p)^{x-1}; x=1,...$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Hipergeométrica	$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	$n \frac{M}{N}$	$n \frac{M}{N} \cdot \frac{N-M}{N} \cdot \frac{N-n}{N-1}$

		<b>Expressão das funções de:</b>		$\mu$	$\sigma^2$
Modelos	Densidade	Distribuição			
Exponencial	$f(x) = \lambda \exp(-\lambda x) \quad x > 0$	$F(x) = 1 - \exp(-\lambda x) \quad x > 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	
Uniforme	$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad x \in [a, b]$	$F(x) = \frac{x-a}{b-a} \quad x \in [a, b[$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	
Normal	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$		$\mu$	$\sigma^2$	

**Valores da Função Distribuição Normal Reduzida**

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du = P(Z \leq z)$$

<b>z</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>-2,0</b>	0,023	0,022	0,022	0,021	0,021	0,020	0,020	0,019	0,019	0,018
<b>-1,9</b>	0,029	0,028	0,027	0,027	0,026	0,026	0,025	0,024	0,024	0,023
<b>-1,8</b>	0,036	0,035	0,034	0,034	0,033	0,032	0,031	0,031	0,030	0,029
<b>-1,7</b>	0,045	0,044	0,043	0,042	0,041	0,040	0,039	0,038	0,038	0,037
<b>-1,6</b>	0,055	0,054	0,053	0,052	0,051	0,049	0,048	0,047	0,046	0,046
<b>-1,5</b>	0,067	0,066	0,064	0,063	0,062	0,061	0,059	0,058	0,057	0,056
<b>-1,4</b>	0,081	0,079	0,078	0,076	0,075	0,074	0,072	0,071	0,069	0,068
<b>-1,3</b>	0,097	0,095	0,093	0,092	0,090	0,089	0,087	0,085	0,084	0,082
<b>-1,2</b>	0,115	0,113	0,111	0,109	0,107	0,106	0,104	0,102	0,100	0,099
<b>-1,1</b>	0,136	0,134	0,131	0,129	0,127	0,125	0,123	0,121	0,119	0,117
<b>-1,0</b>	0,159	0,156	0,154	0,152	0,149	0,147	0,145	0,142	0,140	0,138
<b>-0,9</b>	0,184	0,181	0,179	0,176	0,174	0,171	0,169	0,166	0,164	0,161
<b>-0,8</b>	0,212	0,209	0,206	0,203	0,200	0,198	0,195	0,192	0,189	0,187
<b>-0,7</b>	0,242	0,239	0,236	0,233	0,230	0,227	0,224	0,221	0,218	0,215
<b>-0,6</b>	0,274	0,271	0,268	0,264	0,261	0,258	0,255	0,251	0,248	0,245
<b>-0,5</b>	0,309	0,305	0,302	0,298	0,295	0,291	0,288	0,284	0,281	0,278
<b>-0,4</b>	0,345	0,341	0,337	0,334	0,330	0,326	0,323	0,319	0,316	0,312
<b>-0,3</b>	0,382	0,378	0,374	0,371	0,367	0,363	0,359	0,356	0,352	0,348
<b>-0,2</b>	0,421	0,417	0,413	0,409	0,405	0,401	0,397	0,394	0,390	0,386
<b>-0,1</b>	0,460	0,456	0,452	0,448	0,444	0,440	0,436	0,433	0,429	0,425
<b>-0,0</b>	0,500	0,496	0,492	0,488	0,484	0,480	0,476	0,472	0,468	0,464
<b>0,0</b>	0,500	0,504	0,508	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532	0,536
<b>0,1</b>	0,540	0,544	0,548	0,552	0,556	0,560	0,564	0,567	0,571	0,575
<b>0,2</b>	0,579	0,583	0,587	0,591	0,595	0,599	0,603	0,606	0,610	0,614
<b>0,3</b>	0,618	0,622	0,626	0,629	0,633	0,637	0,641	0,644	0,648	0,652
<b>0,4</b>	0,655	0,659	0,663	0,666	0,670	0,674	0,677	0,681	0,684	0,688
<b>0,5</b>	0,691	0,695	0,698	0,702	0,705	0,709	0,712	0,716	0,719	0,722
<b>0,6</b>	0,726	0,729	0,732	0,736	0,739	0,742	0,745	0,749	0,752	0,755
<b>0,7</b>	0,758	0,761	0,764	0,767	0,770	0,773	0,776	0,779	0,782	0,785
<b>0,8</b>	0,788	0,791	0,794	0,797	0,800	0,802	0,805	0,808	0,811	0,813
<b>0,9</b>	0,816	0,819	0,821	0,824	0,826	0,829	0,831	0,834	0,836	0,839
<b>1,0</b>	0,841	0,844	0,846	0,848	0,851	0,853	0,855	0,858	0,860	0,862
<b>1,1</b>	0,864	0,867	0,869	0,871	0,873	0,875	0,877	0,879	0,881	0,883
<b>1,2</b>	0,885	0,887	0,889	0,891	0,893	0,894	0,896	0,898	0,900	0,901
<b>1,3</b>	0,903	0,905	0,907	0,908	0,910	0,911	0,913	0,915	0,916	0,918
<b>1,4</b>	0,919	0,921	0,922	0,924	0,925	0,926	0,928	0,929	0,931	0,932
<b>1,5</b>	0,933	0,934	0,936	0,937	0,938	0,939	0,941	0,942	0,943	0,944
<b>1,6</b>	0,945	0,946	0,947	0,948	0,950	0,951	0,952	0,953	0,954	0,954
<b>1,7</b>	0,955	0,956	0,957	0,958	0,959	0,960	0,961	0,962	0,962	0,963
<b>1,8</b>	0,964	0,965	0,966	0,966	0,967	0,968	0,969	0,969	0,970	0,971
<b>1,9</b>	0,971	0,972	0,973	0,973	0,974	0,974	0,975	0,976	0,976	0,977
<b>2,0</b>	0,977	0,978	0,978	0,979	0,979	0,980	0,980	0,981	0,981	0,982

**Fim do formulário**