

SOBRE DOMÍNIOS:

1. Determine o domínio de cada uma das funções reais de variável real definidas por:

1.1. $\frac{1}{x^2-5x+6}$.

1.2. $\frac{x-2}{x^2-5x+6}$.

1.3. $\frac{x^2-1}{x^2-5x+6}$.

1.4. $\sqrt{x^2+2}$.

1.5. $\sqrt{x^2-6x+9}$.

1.6. $\frac{\sqrt{x-3}}{x^2-5x+6}$.

1.7. $\sqrt{\frac{x}{1-x^2}}$.

1.8. $\sqrt{\frac{x-2}{1+x^2}}$.

2. Considere as seguintes funções reais de variável real definidas por

$$f(x) = \sqrt{x-1}, \quad g(x) = x^2 - 5x + 7, \quad h(x) = \frac{x}{x+1}.$$

- 2.1. Descreva, em extensão, os seguintes conjuntos:

$$\{x \in D_f : f(x) \geq 2\}, \{x \in D_g : g(x) \in [1, 2]\}, \{x \in D_h : h(x) > 0\}.$$

- 2.2. Determine as expressões e os domínios de cada uma das funções compostas $f \circ g$, $f \circ h$ e $h \circ g$.

SOBRE INJETIVIDADE, SOBREJETIVIDADE E BIJETIVIDADE:

3. Verifique se cada uma das funções dadas, nos correspondentes domínios, é, ou não, (i) injetiva, (ii) sobrejetiva, (iii) bijetiva, e, no caso de ser bijetiva, tente determinar uma expressão para a função inversa

3.1 $f(x) = x^4$, em $D_f = \mathbb{R}$;

3.2 $g(x) = \frac{1}{x^2(x-1)}$, em $D_g = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$;

3.3 $h(x) = \frac{1}{x^2(x-1)}$, em $D_h =]0, 1[$;

4. Dadas duas funções f e g reais de variável real, mostre que:

4.1 Se f é sobrejetiva e $g \circ f$ é injetiva, então g é injetiva.

4.2 Se f e g são funções ímpares, então $g \circ f$ é ímpar.

4.3 Se f é uma função crescente e g uma função decrescente, então $g \circ f$ é decrescente.

5. Dada uma função injetiva $f : D_f \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, prove que:

5.1 A função $f : D_f \rightarrow f(D_f)$ é bijetiva.

5.2 Se f é crescente, então f é estritamente crescente.

PROPRIEDADES DE SIMETRIA E DE MONOTONIA:

6. Para cada uma das funções definidas pelas expressões seguintes, verifique se, nos respectivos domínios, são, ou não, funções (i) pares/ímpares, (ii) crescentes/decrescentes:

6.1. $f(x) = x^3$;

6.2. $g(x) = x^2 - x^4$;

6.3. $h(x) = \frac{x}{x^2-1}$;

6.4. $i(s) = \sqrt{s^4 - 4}$;

6.5. $\varphi = g \circ f$, onde f e g são as funções das alíneas 6.1 e 6.2.