UAb

FÍSICA GERAL | 21048

ORIENTAÇÕES DE RESPOSTA

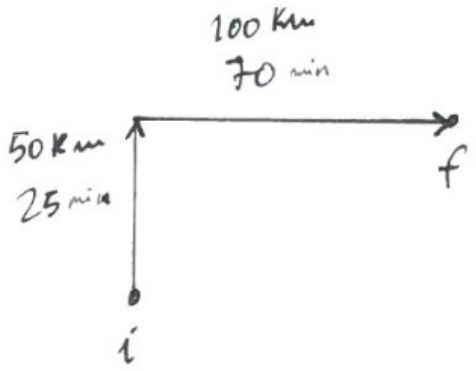
EXAME DE RECURSO

Ano letivo: 2022-23

Versão: 24-jan-23

Q1

A velocidade média é dada pelo vetor $\vec{v}_{\text{med}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$. Escolhendo um referencial com origem no ponto de arranque do automóvel, com +x para leste e +y para norte, temos (c.f., figura)



$$\vec{v}_{\text{med}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \rightarrow \vec{v}_{\text{med}} = \frac{100\text{ km}\,\hat{\mathbf{i}} + 50\text{ km}\,\hat{\mathbf{j}}}{25\text{ min} + 70\text{ min}} \Leftrightarrow \vec{v}_{\text{med}} = \left(\frac{100}{95}\hat{\mathbf{i}} + \frac{50}{95}\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{km}}{\text{min}} \Leftrightarrow \vec{v}_{\text{med}}$$
$$= \left(\frac{100}{95}\hat{\mathbf{i}} + \frac{50}{95}\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{1000\text{ m}}{60\text{ s}} \Leftrightarrow \vec{v}_{\text{med}} = (17{,}54\hat{\mathbf{i}} + 8{,}77\hat{\mathbf{j}})\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Quanto à rapidez média, ela é $s_{\text{med}} = \frac{\text{dist.}}{\Delta t}$.

$$s_{\text{med}} = \frac{\text{dist.}}{\Delta t} \rightarrow s_{\text{med}} = \frac{100\text{ km} + 50\text{ km}}{25\text{ min} + 70\text{ min}} \Leftrightarrow s_{\text{med}} = \frac{150\text{ km}}{95\text{ min}} = 26{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Q2

Para calcular o tempo há que obter a aceleração angular. Esta é dada por

$$\alpha = \frac{\tau}{I} \rightarrow \alpha = \frac{3500}{188} = 18{,}62\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$$

Aplicando agora a relação entre velocidade e aceleração angulares e a conversão $1\ \mathrm{rpm} = \frac{2\pi\ \mathrm{rad}}{60\ \mathrm{s}} = 0{,}10472\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ vem

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \omega = 0 + 18{,}62t \Leftrightarrow 400\ \mathrm{rpm} = 18{,}62t \Leftrightarrow 400 \cdot 0{,}10472\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$
$$= 18{,}62t \Leftrightarrow t = 2{,}25\ \mathrm{s}$$

Q3

Aplicando a conservação de momento linear temos, definindo a direção de colisão por x,

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \Leftrightarrow m\vec{v}_{Ai} = m\vec{v}_{Af} + m\vec{v}_{Bf} \Leftrightarrow v_{Ai}\hat{\mathbf{i}} = v_{Af}\hat{\mathbf{i}} + v_{Af}\hat{\mathbf{j}} + v_{Bf}\hat{\mathbf{i}} + v_{Bf}\hat{\mathbf{j}} \Leftrightarrow v_{Ai}\hat{\mathbf{i}}$$
$$= \cos 45\, v_{Af}\hat{\mathbf{i}} + \operatorname{sen} 45\, v_{Af}\hat{\mathbf{j}} + 2{,}00\cos(-30)\,\hat{\mathbf{i}} + 2{,}00\operatorname{sen}(-30)\,\hat{\mathbf{j}}$$

Decompondo a equação para x e y temos

$$x\colon\ v_{Ai} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_{Af} + 2{,}00\frac{\sqrt{3}}{2}, \qquad y\colon\ 0 = \frac{\sqrt{2}}{2}v_{Af} + 2{,}00\left(-\frac{1}{2}\right)$$

Resolvendo a equação para y obtemos a rapidez de A após a colisão:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}v_{Af} = 1{,}00 \Leftrightarrow v_{Af} = \frac{2}{\sqrt{2}} = 1{,}41\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

E substituindo na equação para x obtemos a rapidez de A antes:

$$v_{Ai} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{2}{\sqrt{2}} + 2{,}00\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow v_{Ai} = 1 + \sqrt{3} = 2{,}73\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Quanto ao tipo de colisão, temos

$$E_{ci} = \frac{1}{2}mv_{Ai}^2 \Leftrightarrow E_{ci} = \frac{1}{2}m\left(1+\sqrt{3}\right)^2 \approx \frac{1}{2}m \cdot 7{,}46\ [\mathrm{SI}],$$
$$E_{cf} = \frac{1}{2}mv_{Af}^2 + \frac{1}{2}mv_{Bf}^2 \Leftrightarrow E_{cf} = \frac{1}{2}m \cdot \left[\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2{,}00^2\right]$$
$$= \frac{1}{2}m \cdot 6{,}00\ [\mathrm{SI}]$$

Como $E_{cf} < E_{ci}$, a colisão é inelástica.

Q4

Tendo a força e deslocamento, pode-se calcular o trabalho realizado sob a massa: ($\theta = \sphericalangle(\vec{F}, \Delta\vec{r})$)

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \rightarrow W_F = F\Delta r \cos\theta \Leftrightarrow W_F = 35{,}0 \cdot 5{,}00 \cdot 1 = 175 \text{ J}$$

Para uma massa de 2,50 kg, transformada em potencial gravítico esta energia corresponde a uma altura de

$$E_{pg} = mgh \rightarrow 175 = 2{,}50 \cdot 9{,}8 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{175}{24{,}5} = 7{,}1 \text{ m}$$

Q5

(a) A rapidez adquirida imediatamente após a massa se soltar da mola pode ser obtida da conservação de energia mecânica (a força elástica é conservativa):

$$E_{p,\text{elast}} = E_c \Leftrightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}380 \cdot 0{,}0600^2 = \frac{1}{2}0{,}250 \cdot v^2 \Leftrightarrow 0{,}684$$
$$= 0{,}125v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{0{,}684}{0{,}125}} = 2{,}34\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dado que a massa chega à borda não com 2,34 m/s mas sim com 1,80 m/s, isso significa que o atrito lhe retirou energia cinética no valor de

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right) \Leftrightarrow \Delta E_c = \frac{1}{2}0{,}250(1{,}80^2 - 2{,}34^2) \Leftrightarrow \Delta E_c = -0{,}27945\ \text{J}$$

Aplicando agora a definição de trabalho, de atrito cinético e o corolário $W_{NC} = \Delta E_m$ vem

$$W_{NC} = \Delta E_m \rightarrow W_{f_k} = -0{,}27945\ \text{J} \Leftrightarrow f_k \Delta r \cos\theta = -0{,}27945 \Leftrightarrow \mu_k mg\Delta r \cos\theta$$
$$= -0{,}27945 \Leftrightarrow \mu_k \cdot 0{,}250 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}20 \cdot (-1) = -0{,}27945 \Leftrightarrow \mu_k$$
$$= \frac{-0{,}27945}{-0{,}250 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}20} = 0{,}095$$

(b) Chegada à borda da mesa, a massa passa a comportar-se como um projétil. A componente horizontal da velocidade mantém-se constante nos 1,80 m/s. Para encontrar a componente vertical na chegada ao solo há que calcular o tempo de queda, que é

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow 0 = 0{,}75 + 0 - 4{,}9t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{-0{,}75}{-4{,}9}} = 0{,}3912\ \text{s}$$

A velocidade segundo y é então

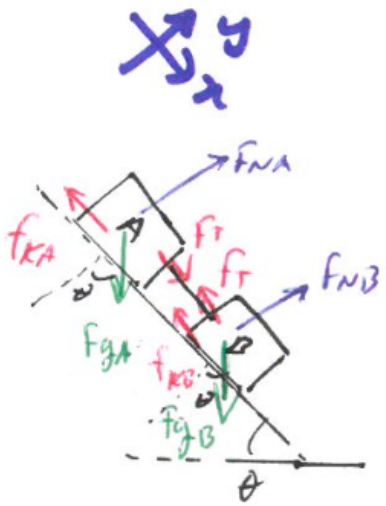
$$v_y = v_{0y} - gt \Leftrightarrow v_y = 0 - 9{,}8 \cdot 0{,}3912 = 3{,}834\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Juntando tudo temos

$$\vec{v} = v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}} \rightarrow \vec{v} = 1{,}80\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathbf{i}} + 3{,}82\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathbf{j}}$$

Q6

Marquemos em primeiro lugar as forças aplicadas nos corpos



(a) Vejamos em primeiro lugar qual a aceleração de A e B se estes dois corpos não estiverem ligados, i.e., sem força de tensão na corda. No referencial da figura temos, aplicando a 2ª lei de Newton,

$$\begin{matrix} x\colon\ -f_k + F_g \operatorname{sen}\theta = ma \\ y\colon\ F_N = F_g \cos\theta \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -\mu_k F_N + F_g \operatorname{sen}\theta = ma \\ F_N = F_g \cos\theta \end{matrix} \rightarrow F_g(\operatorname{sen}\theta - \mu_k \cos\theta)$$
$$= ma \Leftrightarrow a = g(\operatorname{sen}\theta - \mu_k \cos\theta)$$

Para os valores do enunciado vem, a 2 AS,

$$a_A = g\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\mu_{kA}) = 4{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \qquad a_B = g\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\mu_{kB}) = 3{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Nota: se um dos valores da aceleração tivesse sido negativo, isso quereria dizer que o atrito estático não permitia que o corpo deslizasse pelo plano.

Agora, dado que A tende a descer pelo plano mais facilmente que b, se A estiver à esquerda de B a corda perderá a tensão e os corpos não

estarão solidários. Ou seja, as acelerações acima encontradas são a resposta à alínea, juntamente com $F_T = 0$.

(b) Trocando a ordem dos corpos, A vai tender a puxar B, tornando os corpos solidários. Ou seja, as acelerações de A e B passam a ser a mesma. Com isto passamos a ter, segundo x,

$$\begin{matrix} A: & -f_{kA} + F_g \operatorname{sen}\theta - F_T = ma \\ B: & -f_{kB} + F_g \operatorname{sen}\theta + F_T = ma \end{matrix} \rightarrow -(f_{kA} + f_{kB}) + 2mg \operatorname{sen}\theta = 2ma$$

$$\Leftrightarrow -mg\cos\theta\,(\mu_{kA} + \mu_{kB}) + 2mg \operatorname{sen}\theta = 2ma$$

$$\Leftrightarrow -\frac{g}{2}\cos\theta\,(\mu_{kA} + \mu_{kB}) + g \operatorname{sen}\theta = a \Leftrightarrow a$$

$$= g\left[\operatorname{sen}\theta - \frac{1}{2}(\mu_{kA} + \mu_{kB})\cos\theta\right]$$

Substituindo valores vem

$$a = 9{,}8 \cdot \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}(0{,}40 + 0{,}50)\frac{\sqrt{2}}{2}\right] = 3{,}811\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(3{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Q7

(a) Aplicando a 2ª lei de Newton temos

$$\Sigma F = ma \rightarrow F(t) = m\frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \frac{1}{m}\left(-3t^2 - \frac{v}{2}\right) = \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2{,}00}\left(-3t^2 - \frac{v}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -1{,}50t^2 - 0{,}250v$$

(b) Integrando numericamente pelo método de Heun temos

t (s)	*v* (m/s)	*k1*	*k2*
0	4	-1	-1,25
0,5	3,4375	-1,234375	-2,2050781
1	2,57763672	-2,1444092	-3,751358
1,5	1,10369492	-3,6509237	-5,8195583
2	-1,2639256	-5,6840186	-8,3485163

A última linha tem v < 0, o que significa que o corpo parou algures entre os 1,5 e 2 segundos, pelo que o procedimento termina nessa linha.

CRÉDITOS

Nuno Sousa, UAb

Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.