

”

E-fólio B | Folha de resolução para E-fólio



UNIDADE CURRICULAR: FÍSICA GERAL

CÓDIGO: 21048

DOCENTE: Nuno Sousa/Ana Valadares

A preencher pelo estudante

ANO LETIVO: 2021-22

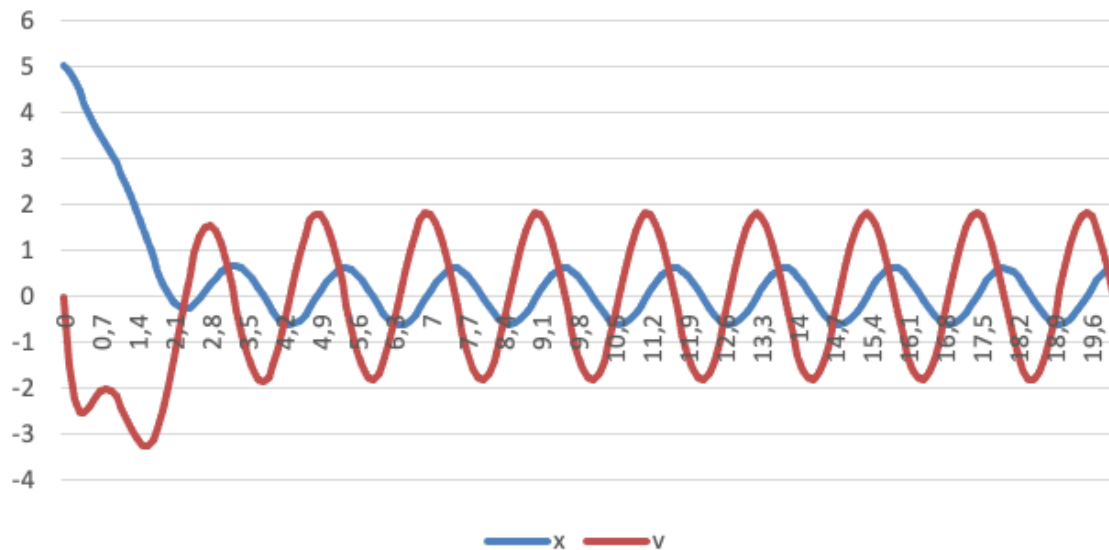
TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Q1

(a) A integração numérica de Heun leva a

t	x	v	k1x	k1v	k2x	k2v
0		5	0	0	-20	-2
0,1		4,9	-1,481792	-1,481792	-11,30867	-2,612659
0,2	4,6952775	-2,249201	-2,249201	-5,267167	-2,775917	-0,511144
0,3	4,4440215	-2,538116	-2,538116	-1,357005	-2,673817	1,3907407
0,4	4,1834249	-2,53643	-2,53643	0,8683316	-2,449596	2,059218
0,5	3,9341236	-2,390052	-2,390052	1,8036741	-2,209685	1,8490465
(...)						
19,9	0,575108	0,6503104	0,6503104	-4,979589	0,1523515	-5,608447
20	0,6152411	0,1209086	0,1209086	-5,383084	-0,4174	-5,420961

Oscilador forçado sinusoidal com arrasto linear



(b) Observamos um estado inicial, até cerca dos 2,0 s, em que o sistema parte do repouso e se ajusta, para entrar em movimento sinusoidal com período de cerca de 2,1 s. O estado inicial é denominado "estado transitório" e o movimento sinusoidal final é o "estado estacionário" (*steady state*). Se notarmos que $\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$ e substituirmos a frequência da força exterior teremos $T = \frac{2\pi}{3} \approx 2,1$ s. Ou seja, o período das oscilações no estado estacionário é igual ao período

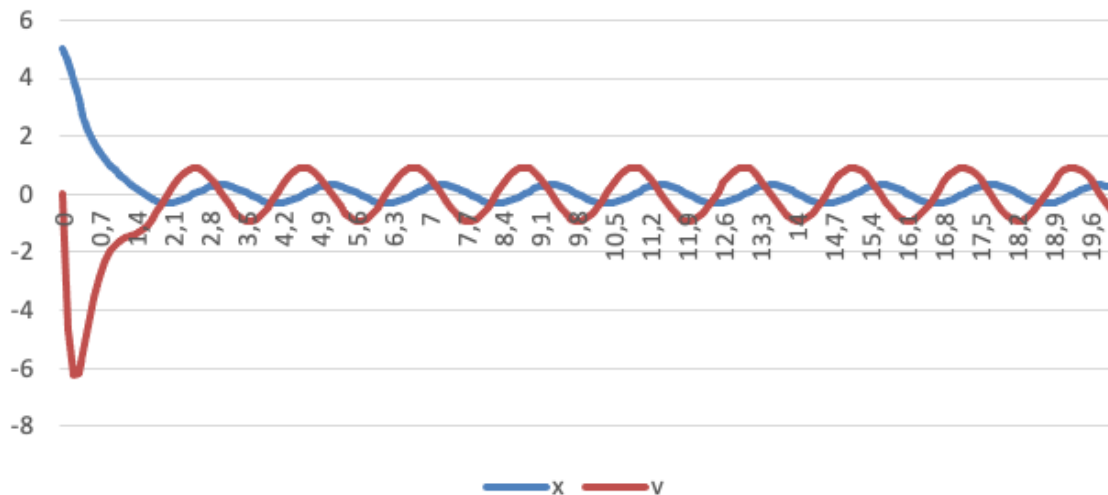
da força exterior. Este comportamento, de estado transitório que passa a estacionário, é geral no oscilador forçado com arrasto. Mais detalhes aqui: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/oscdr.html>

(c) Alterando os valores dos parâmetros temos

(c1) $\omega_0 = 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6$:

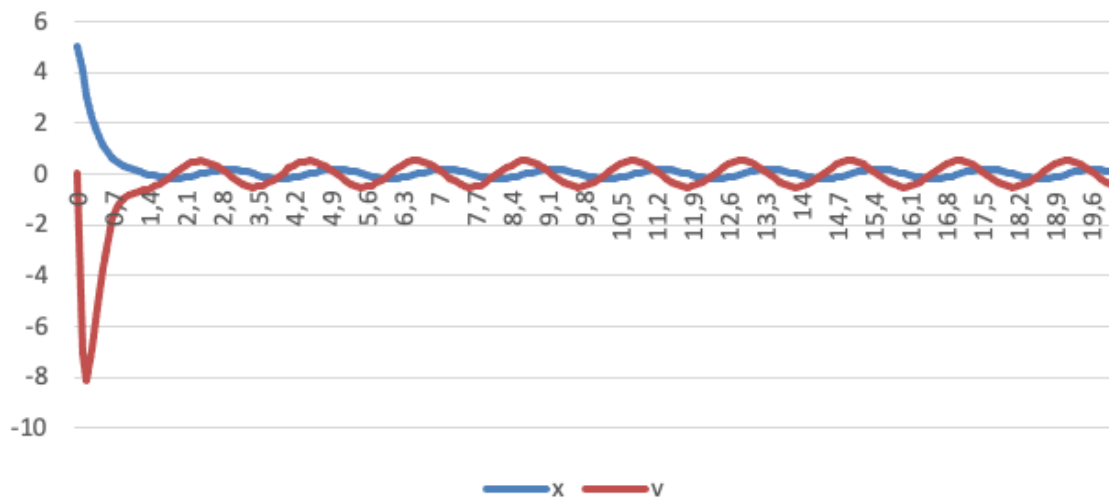
t	x	v	$k1x$	$k1v$	$k2x$	$k2v$
0	5	0	0	0	-80	-8
0,1	4,6	-4,681792	-4,681792	-33,7815	-8,059942	2,8875446
0,2	3,9629133	-6,22649	-6,22649	-9,077554	-7,134245	9,8963484
0,3	3,2948765	-6,18555	-6,18555	3,0329917	-5,882251	11,693176
0,4	2,6914865	-5,449242	-5,449242	7,9864629	-4,650595	10,839727
0,5	2,1864946	-4,507932	-4,507932	9,0595041	-3,601982	8,8354136
(...)						

Oscilador forçado sinusoidal com arrasto linear
(c1.1)



t	x	v	$k1x$	$k1v$	$k2x$	$k2v$
0	5	0	0	0	-180	-18
0,1	4,1	-7,081792	-7,081792	-60,25434	-13,10723	39,698296
0,2	3,0905491	-8,109594	-8,109594	-9,427502	-9,052344	32,829514
0,3	2,2324522	-6,939493	-6,939493	9,1722546	-6,022268	24,337422
0,4	1,5843642	-5,264009	-5,264009	13,587316	-3,905278	16,756618
0,5	1,1258998	-3,746813	-3,746813	12,40932	-2,505881	10,817483
(...)						

Oscilador forçado sinusoidal com arrasto linear (c1.2)

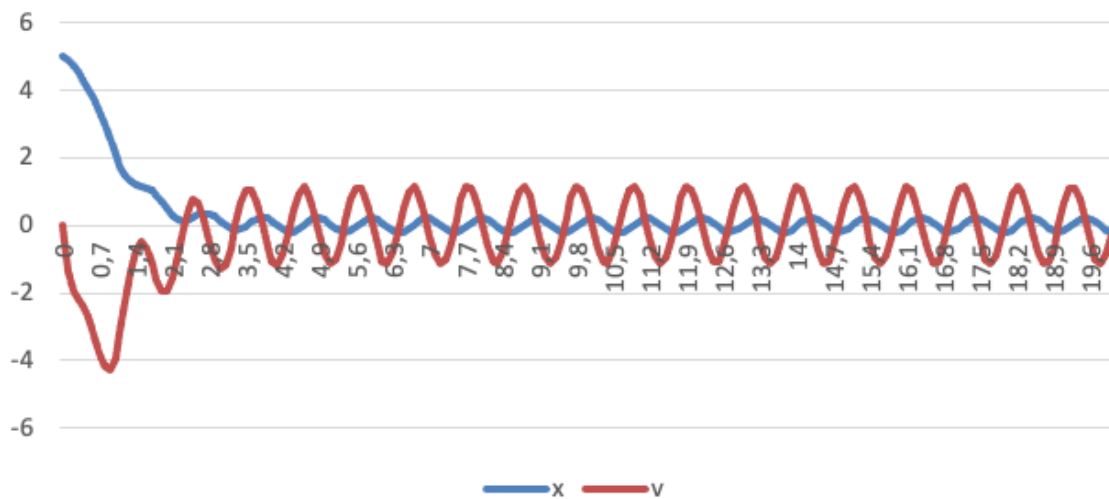


A interpretação física é a seguinte. De $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow k = m\omega_0^2$ vemos que aumentar ω_0 implica aumentar a rigidez da mola. Logo, depois da energia potencial elástica inicial se dissipar através do arrasto, a amplitude dos movimentos no estado estacionário vai ser mais reduzida à medida que ω_0 aumenta.

(c2) $\omega = 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9$

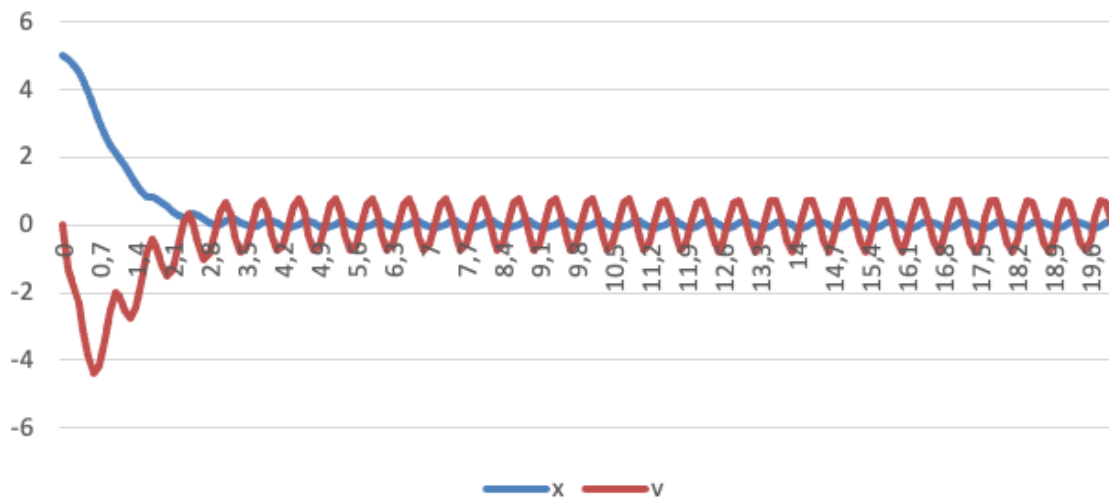
t	x	v	$k1x$	$k1v$	$k2x$	$k2v$
0	5	0	0	0	-20	-2
0,1	4,9	-1,374143	-1,374143	-9,586288	-2,332772	-2,262943
0,2	4,7146543	-1,966605	-1,966605	-3,535886	-2,320193	-1,000421
0,3	4,5003144	-2,19342	-2,19342	-1,436797	-2,3371	-2,371786
0,4	4,2737884	-2,383849	-2,383849	-2,156052	-2,599454	-4,614837
0,5	4,0246232	-2,722393	-2,722393	-4,079959	-3,130389	-6,028142
(...)						

Oscilador forçado sinusoidal com arrasto linear
(c2.1)



t	x	v	$k1x$	$k1v$	$k2x$	$k2v$
0	5	0	0	0	-20	-2
0,1	4,9	-1,481792	-1,481792	-11,30867	-2,612659	-4,039508
0,2	4,6952775	-2,249201	-2,249201	-5,267167	-2,775917	-0,511144
0,3	4,4440215	-2,538116	-2,538116	-1,357005	-2,673817	1,3907407
0,4	4,1834249	-2,53643	-2,53643	0,8683316	-2,449596	2,059218
0,5	3,9341236	-2,390052	-2,390052	1,8036741	-2,209685	1,8490465
(...)						

Oscilador forçado sinusoidal com arrasto linear (c2.2)

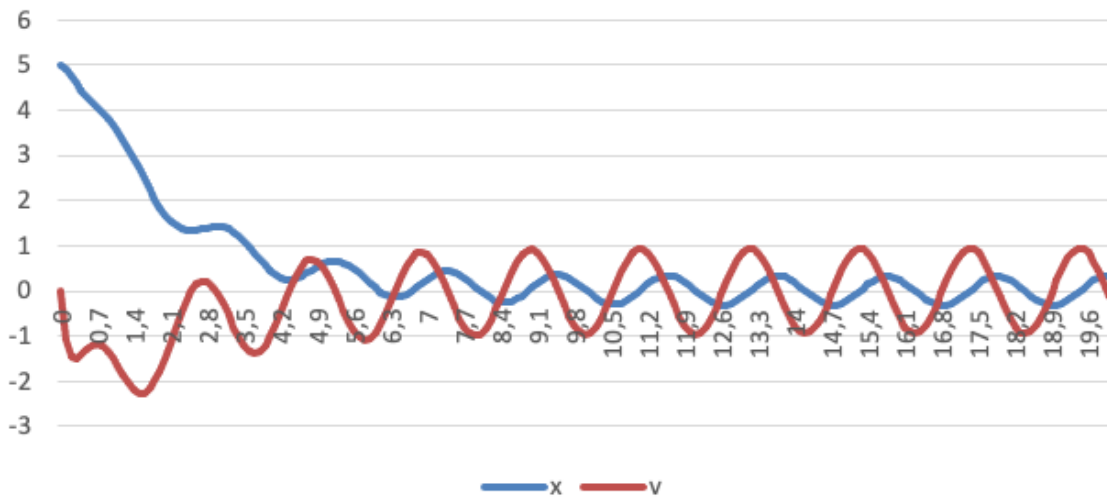


A alteração de ω já foi vista na alínea (b). Quanto maior for ω , mais menor será o período do estado estacionário. Menor período implica menor tempo entre oscilações, pelo que a amplitude e a velocidade nesse estado final também baixam.

(c3) $\zeta = 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

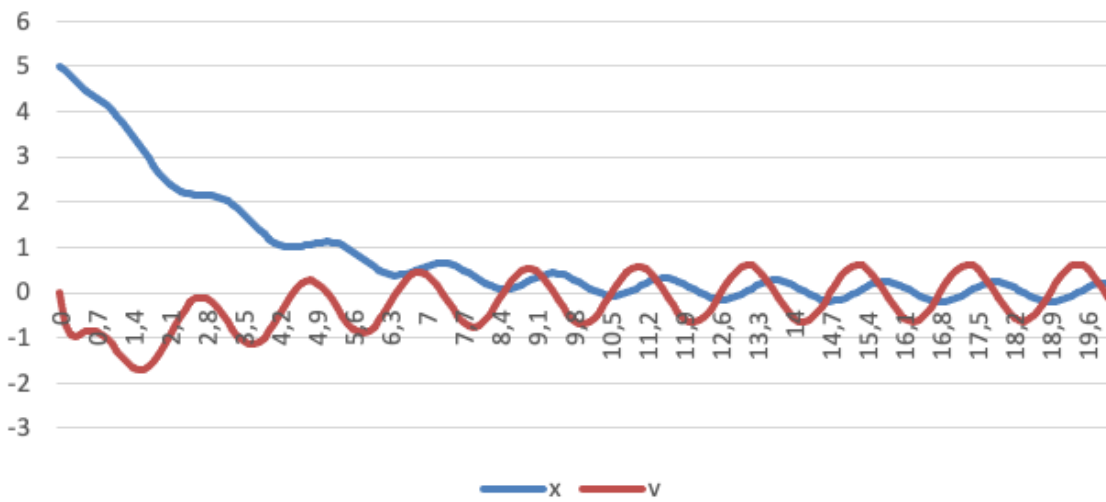
t	x	v	$k1x$	$k1v$	$k2x$	$k2v$
0	5	0	0	0	-20	-2
0,1	4,9	-1,081792	-1,081792	-8,581503	-1,939942	0,8693943
0,2	4,7489133	-1,467397	-1,467397	-2,739335	-1,741331	1,7885675
0,3	4,5884769	-1,514936	-1,514936	0,0321934	-1,511716	1,8021104
0,4	4,4371443	-1,423221	-1,423221	1,0934997	-1,313871	1,3116354
0,5	4,3002897	-1,302964	-1,302964	1,2025111	-1,182713	0,5725089
(...)						

Oscilador forçado sinusoidal com arrasto linear
(c3.1)



t	x	v	$k1x$	$k1v$	$k2x$	$k2v$
0	5	0	0	0	-20	-2
0,1	4,9	-0,681792	-0,681792	-9,054335	-1,587225	4,236562
0,2	4,7865491	-0,922681	-0,922681	-3,55689	-1,27837	2,8299257
0,3	4,6764966	-0,959029	-0,959029	-0,931026	-1,052131	1,7595141
0,4	4,5759386	-0,917604	-0,917604	0,1638107	-0,901223	0,8579268
0,5	4,4849972	-0,866517	-0,866517	0,4381809	-0,822699	0,069792
(...)						

Oscilador forçado sinusoidal com arrasto linear (c3.2)

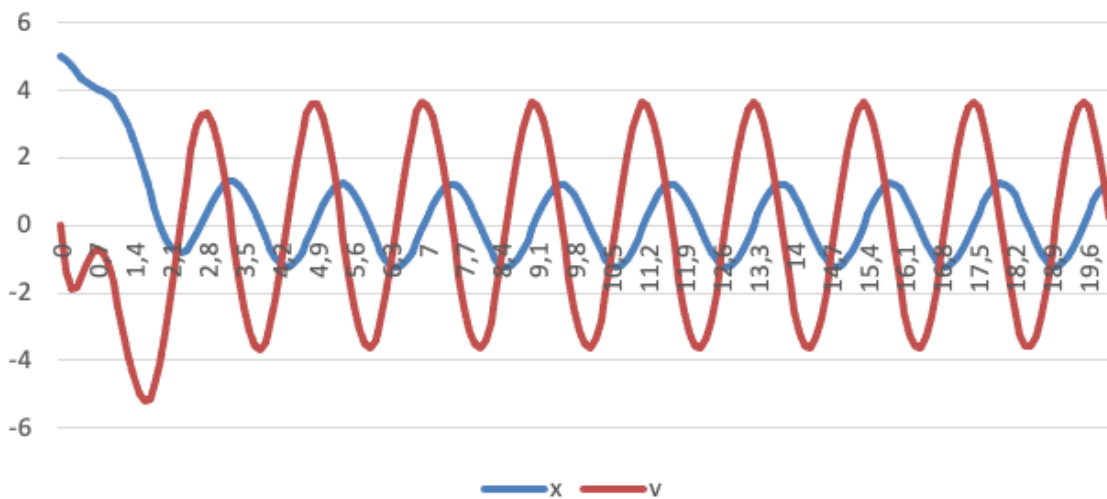


Maior coeficiente de arrasto significa maior resistência ao regresso a $x = 0$, pelo que o tempo que o sistema passa no estado transitório é maior.

(c4) $F = 4 \rightarrow 8 \rightarrow 12$

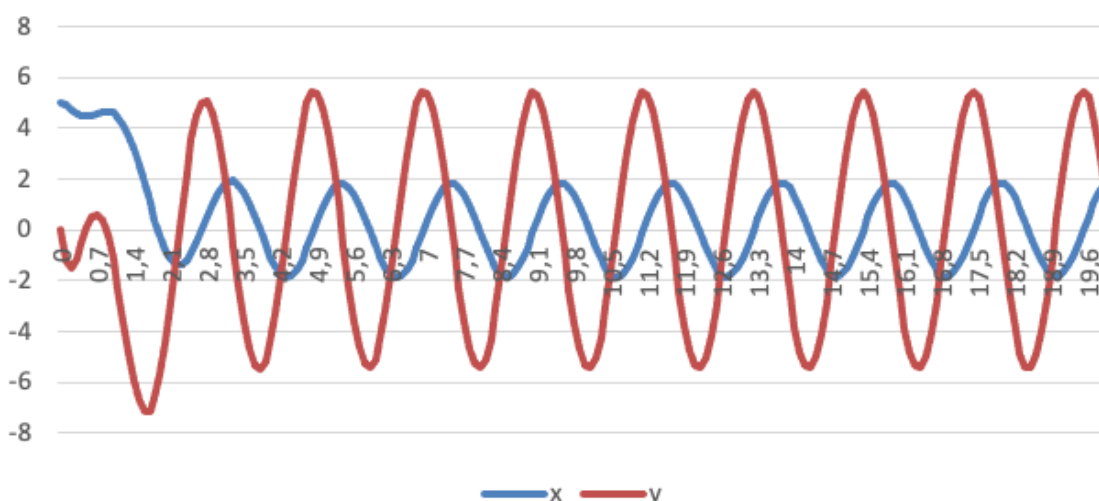
t	x	v	$k1x$	$k1v$	$k2x$	$k2v$
0	5	0	0	0	-20	-2
0,1	4,9	-1,363584	-1,363584	-9,417341	-2,305318	-0,799015
0,2	4,7165549	-1,874402	-1,874402	-2,334333	-2,107835	2,8481116
0,3	4,5174431	-1,848713	-1,848713	1,8583092	-1,662882	4,2338655
0,4	4,3418633	-1,544104	-1,544104	3,721588	-1,171945	3,8978888
0,5	4,2060609	-1,16313	-1,16313	3,7881969	-0,78431	2,3598125
(...)						

Oscilador forçado sinusoidal com arrasto linear
(c4.1)



t	x	v	$k1x$	$k1v$	$k2x$	$k2v$
0	5	0	0	0	-20	-2
0,1	4,9	-1,245376	-1,245376	-7,526012	-1,997977	2,4414775
0,2	4,7378324	-1,499602	-1,499602	0,5984998	-1,439752	6,2073674
0,3	4,5908646	-1,159309	-1,159309	5,0736239	-0,651947	7,0769902
0,4	4,5003018	-0,551778	-0,551778	6,5748444	0,105706	5,7365597
0,5	4,4779982	0,0637918	0,0637918	5,7727197	0,6410638	2,8705786
(...)						

Oscilador forçado sinusoidal com arrasto linear (c4.2)



Por último, maior força exterior implica maior amplitude de movimento no estado estacionário. A força restauradora da mola tem de chegar mais longe para contrariar a força externa, logo a amplitude e velocidade aumentam à medida que F também aumenta.

O oscilador forçado com arrasto tem muitos outros "quirks and features" além dos brevemente explorados aqui. Uma busca no Google devolverá toda a informação ao estudante interessado.