FÍSICA GERAL | 21048

ORIENTAÇÕES DE RESPOSTA

EXAME DE RECURSO

Ano letivo: 2021-22

Versão: 11-mai-22

Q1

A distância percorrida por B até ao cruzamento com A é de 5,2 km – 3,5 km = 1500 m, que, à rapidez do primeiro, é percorrido num intervalo de tempo (SI)

$$d = vt \rightarrow t = \frac{1500}{22{,}22} = 67{,}5\ \mathrm{s}$$

A fase de aceleração de A é descrita, no referencial do enunciado, por

$$x_A = \frac{1}{2}at^2, \qquad v_A = at, \qquad t: v_A < 135\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \quad \left(37{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

O instante final de aceleração, designemo-lo por t^*, é dado por $37{,}5 = at^* \Leftrightarrow t^* = \frac{37{,}5}{a}$. Neste instante A está em

$$x_{Af} = \frac{1}{2}a\left(\frac{37{,}5}{a}\right)^2 \Leftrightarrow x_{Af} = \frac{703{,}125}{a}$$

Após a aceleração o comboio A passa a deslocar-se segundo

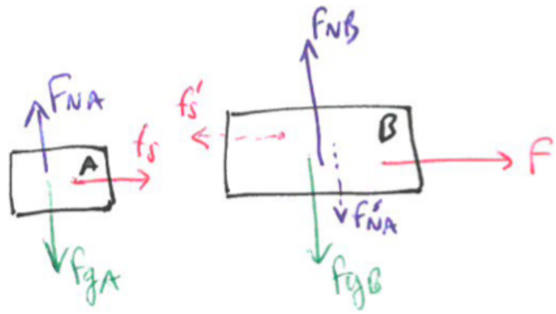
$$x_A = x_{Af} + 37{,}5 \cdot (t - t^*)$$

Como o cruzamento se dá em $x = 3700\ \mathrm{m}$ e $t = 67{,}5\ \mathrm{s}$ temos

$$3700 = \frac{703{,}125}{a} + 37{,}5 \cdot \left(67{,}5 - \frac{37{,}5}{a}\right) \Leftrightarrow 3700 = \frac{703{,}125}{a} + 2531{,}25 - \frac{1406{,}25}{a}$$
$$\Leftrightarrow 3700 - 2531{,}25 = \frac{703{,}125 - 1406{,}25}{a} \Leftrightarrow a = \frac{703{,}125}{1168{,}75}$$
$$= 0{,}6016\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(0{,}602\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

Q2

Marcando forças temos



A força de atrito estático máxima entre A e B é de

$$f_s^{\max} = \mu_s F_{NA} \rightarrow f_s^{\max} = 0{,}80 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}8 = 9{,}408\ \mathrm{N}$$

Isto implica que a aceleração máxima que A pode ter é de

$$\Sigma F = ma \rightarrow a^{\max} = \frac{f_s^{\max}}{m_A} = 7{,}84\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Se B tiver aceleração superior a esta, A vai resvalar sobre B e escorregar, passando o atrito entre A e B a cinético.

(a) Vejamos se a situação permite que o atrito entre A e B seja estático. Neste caso a aceleração de A e B serão iguais. Escrevendo as equações do movimento segundo x temos

$$A\colon f_s = m_A a, \qquad B\colon -f_s + F = m_B a$$

Somando as equações vem

$$F = (m_A + m_B)a \Leftrightarrow a = \frac{30}{1{,}2 + 5{,}0} = 4{,}838\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(4{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

Como esta aceleração é inferior a $a^{\max}$, o resultado é final: $a_A = a_B = a = 4{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

(b) O mesmo raciocínio da alínea a levaria agora a

$$a = \frac{60}{1{,}2 + 5{,}0} = 9{,}677\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} > a^{\max}$$

Ou seja, passou-se o limite de movimento síncrono: A resvala sobre B, as acelerações são diferentes e temos de recalcular assumindo agora que o atrito entre A e B é cinético.

$$A\colon f_k = m_A a_A, \qquad B\colon -f_k + F = m_B a_B$$

Resolvendo temos

$$\begin{array}{r} \mu_k m_A g = m_A a_A \\ -\mu_k m_A g + F = m_B a_B \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} a_A = \mu_k g \\ a_B = \dfrac{-\mu_k m_A g + F}{m_B} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} a_A = 0{,}55 \cdot 9{,}8 = 5{,}39\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(5{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \\ a_B = \dfrac{-0{,}55 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}8 + 60}{5{,}0} = 10{,}71\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(11\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \end{array}$$

Q3

Na compressão o sistema adquire energia mecânica, sob a forma de energia potencial elástica, de

$$E_m = \frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}1200 \cdot 0{,}200^2 = 24{,}0\ \mathrm{J}$$

O sistema irá percorrer a zona +x (i.e., x positivo), perdendo energia mecânica por via do atrito, e inverterá a marcha quando a parte dessa energia mecânica que é cinética se anular. Aplicando $W_{NC} = \Delta E_m$, a energia mecânica remanescente, chamemos-lhe E_m^*, pode ser descrita por

$$E_m^* = E_m + W_{NC} \Leftrightarrow E_m^* = 24{,}0 + f_k x \cos\sphericalangle(f_k, x) \Leftrightarrow E_m^* = 24{,}0 + \mu_k m g x(-1)$$
$$\Leftrightarrow E_m^* = 24{,}0 - 4{,}41x$$

Agora, como $E_m^* = E_c + E_{p,\mathrm{elast}}$ e $E_c = 0$ no instante de viragem, temos

$$E_m^* = E_{p,\mathrm{elast}} \Leftrightarrow 24{,}0 - 4{,}41x = \frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow 600x^2 + 4{,}41x - 24{,}0 = 0 \Leftrightarrow x$$
$$= \begin{cases} -0{,}2037\ \mathrm{m} \\ 0{,}1964\ \mathrm{m} \end{cases}$$

A primeira solução é não-física, pelo que a resposta é x = 19,64 cm.

Neste ponto a força elástica é $F = kx = 236\ \mathrm{N}$ e a força de atrito é $f = \mu F_N = \mu m g = 4{,}41\ \mathrm{N}$. Ou seja, a massa para, inverte o sentido, mas continua a oscilar.

Q4

(a) Da definição de momento de inércia para um sistema de corpos pontuais temos

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \Leftrightarrow I = m_A r_A^2 + m_B r_B^2 \Leftrightarrow 2{,}0 \cdot 0{,}35^2 + 3{,}5 \cdot 0{,}75^2 = 2{,}214\,\mathrm{kg.\,m^2}$$

QED.

(b) O peso dos blocos A e B causa momentos de força sobre a barra. Escolhendo como origem destes o fulcro e sentido positivo anti-horário, a 2ª lei de Newton para a rotação dá-nos

$$\tau_{F_{gA}} + \tau_{F_{gB}} = I\alpha$$

Os momentos dos pesos podem ser calculados diretamente através da definição $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rF\,\mathrm{sen}\,\sphericalangle(r, F)$. Temos então

$$r_A F_{gA} \cdot 1 + r_B F_{gB} \cdot (-1) = I\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{0{,}35 \cdot 2{,}0 - 0{,}75 \cdot 3{,}5}{2{,}214} g \Leftrightarrow \alpha = \frac{-1{,}925}{2{,}214} \cdot 9{,}8$$
$$= -8{,}521\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s^2}} \quad \left(-8{,}5\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s^2}}\right)$$

Usando finalmente $a = \alpha r$ obtemos

$$a_A = 0{,}35\alpha = -2{,}982\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \quad \left(-3{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right), \qquad a_B = 0{,}75\alpha = -6{,}390\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \quad \left(-6{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right)$$

Q5

Para os valores indicados a tabela deverá ler algo como.

t (s)	θ (rad)	ω(rad/s)	**k1**θ	**k1**ω	**k2**θ	**k2**ω
0	0,7853982	0	0	-6,929646	-0,692965	-6,929646
0,1	0,7507499	-0,692965	-0,692965	-6,685435	-1,361508	-6,173241
0,2	0,6480263	-1,335898	-1,335898	-5,915417	-1,92744	-4,822034
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
3,9	0,6320057	1,556735	1,556735	-5,789489	0,9777861	-6,945435
4,0	0,7587317	0,9199888	0,9199888	-6,742416	0,2457472	-7,367272

Note-se que o pêndulo gravítico simples não tem atrito; ou seja, não há arrasto do ar. Assim, a ED original

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\operatorname{sen}\theta = 0, \qquad \theta\text{: rad},$$

tem soluções periódicas. Para pequenas oscilações, i.e., para $\theta \approx 0$, temos $\operatorname{sen}\theta \approx \theta$ e a ED reduz-se a

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0, \qquad \theta\text{: rad},$$

que é a equação de um oscilador harmónico com período $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$. Para oscilações maiores, o período depende do ângulo inicial θ_0 e é dado por uma expressão chamada "integral elíptico de 1ª espécie".

CRÉDITOS

Nuno Sousa, UAb