

U.C. 21076
Investigação Operacional

11 de Junho de 2019

- INSTRUÇÕES -

- O tempo de duração do Exame é de **2 horas e 30 minutos**.
- O estudante deverá responder à prova na folha de ponto e preencher o cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- A prova é constituída por **11** páginas (incluindo formulário de filas de espera e tabela da distribuição normal padrão), terminando com a palavra **FIM**.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da mesma, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- Utilize uma letra legível e unicamente as cores azul ou preta para a caneta de escrita.
- É permitido o uso de máquina de calcular.
- Justifique todas as suas respostas, apresentando todos os cálculos necessários.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas, respostas apresentadas a lápis ou em folhas de rascunho.
- Este Exame é composto por **5** grupos de questões e tem a cotação total de **20 valores** distribuídos do seguinte modo:

	1.		2.	3.				4.				5.			
Questões	a)	b)		a)	b)	c)	d)	a)	b)i)	b)ii)	b)iii)	a)	b)i)	b)ii)	c)
Cotações	2	2	2	0,5	1	1	1	2	1	1	1	1	1,5	1,5	1,5
Totais	4 val.		2 val.	3,5 val.				5 val.				5,5 val.			

- (4 val.) 1. Uma máquina fabril automática de peças de automóvel trabalha um total de 12 horas diárias repartidas pelos períodos da Manhã, Tarde e Noite.

A linha de produção da máquina segue três fases sequenciais: Molde, Remate e Montagem, até à finalização de cada peça.

A distribuição das percentagens do tempo de funcionamento da máquina pelas três fases sequenciais da linha de produção em cada período: Manhã, Tarde e Noite, é dada na tabela abaixo. Associado a cada período, encontramos, na primeira coluna, entre parêntesis, as horas que marcam o seu início e o seu fim, e, na última coluna, o custo, em €, dispendido por cada minuto de funcionamento da máquina.

Período	Fases da Produção (% do tempo de funcionamento)			Custo/minuto
	Molde	Remate	Montagem	
Manhã (6h-12h)	20%	30%	50%	0,50 €
Tarde (12h-20h)	30%	20%	50%	0,25 €
Noite (20h-6h)	25%	25%	50%	0,20 €

Sabe-se que o tempo total gasto pela máquina para efetuar o Molde e Remate das peças requer um mínimo de 183 minutos e de 174 minutos, respetivamente.

Por outro lado, durante o período que engloba a Manhã e a Tarde (isto é, das 6h às 20h), a máquina trabalha pelo menos metade do tempo total diário que dispense na fase de Montagem.

O plano da fábrica é distribuir o tempo de funcionamento da máquina pelos períodos da Manhã, Tarde e Noite de tal forma que os custos totais diários dispendidos, em 12 horas de funcionamento, sejam mínimos.

- Escreva, justificando, o Programa Linear que modela o plano ótimo da distribuição do tempo de funcionamento da máquina pelos períodos da Manhã, Tarde e Noite.
- Recorrendo ao Método Gráfico, resolva o problema, verificando que a solução ótima existe e é única. Calcule ainda o custo mínimo associado.

- (2 val.) 2. Considere o Programa Linear:

$$\text{Max } F = 2(X_2 - X_1) + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

sujeito a:

$$X_2 + X_1 \geq 2$$

$$X_2 - \frac{1}{2}X_1 \leq 3$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Sabendo que o valor ótimo do Programa Linear é $F^* = 0$, determine c , recorrendo ao algoritmo do Simplex.

Indique ainda a solução ótima e a base de variáveis que conduz à mesma.

- (3,5 val.) **3.** Uma clínica possui 1 só dentista para atendimento diário aos seus utentes, de acordo com a sua ordem de chegada. A clínica possui uma sala de espera com uma capacidade máxima para 6 utentes. Sempre que a referida sala se encontra lotada, novos utentes chegados à clínica não podem ser nela consultados, tendo que procurar outra clínica para serem atendidos naquele momento.

Atualmente, a clínica apresenta uma taxa de pressão de 75% e cada consulta dura, em média, 30 minutos.

Considera-se ainda que o processo de chegada dos utentes à clínica é Poissoniano e que o tempo de duração de cada consulta segue uma distribuição Exponencial Negativa.

- Identifique e caracterize o tipo de sistema de fila de espera enunciado.
- Determine a taxa média real da entrada de utentes na clínica.
- Quando dado utente chega à clínica, qual a probabilidade de ter lugar na sala de espera e de ter de esperar para ser atendido na consulta?
- Determine o tempo médio de espera de cada utente na clínica até ser atendido em consulta.

- (5 val.) **4.** Considere o projeto composto por 8 atividades, cujas precedências e valores da média e do desvio padrão do tempo de duração (em dias) são dados no quadro abaixo:

Atividade	Precedências	Duração (em dias)	
		Valor Médio (μ)	Desvio Padrão (σ)
<i>A</i>	—	8	2
<i>B</i>	<i>A</i>	5	1
<i>C</i>	<i>A</i>	18	1
<i>D</i>	<i>A</i>	3	1
<i>E</i>	<i>B, D</i>	7	2
<i>F</i>	<i>B, D</i>	12	3
<i>G</i>	<i>C, E, F</i>	μ_G	σ_G
<i>H</i>	—	μ_H	σ_H

onde os valores da média, μ_G , μ_H , e desvio padrão, σ_G , σ_H , do tempo de duração das atividades *G* e *H* são desconhecidos.

Sabe-se ainda que *H* é uma atividade crítica média e que, por aplicação da técnica PERT, a duração média total do projeto segue uma lei ou distribuição $N(35; 9)$.

- Trace a rede que representa o projeto (com um número mínimo de atividades fictícias), e, nas condições do enunciado, determine μ_G , μ_H , σ_G e σ_H .
Indique ainda o(s) caminho(s) crítico(s) médio(s) para justificar o seu raciocínio.
- A empresa que cedeu o espaço para a realização do projeto atribui um prémio, no valor de 700 €, no caso do projeto ser concluído num período de tempo médio inferior a 38 dias, e aplica uma multa, no valor de 500 €, no caso da duração média total do projeto exceder 32 dias.

Recorrendo à técnica PERT:

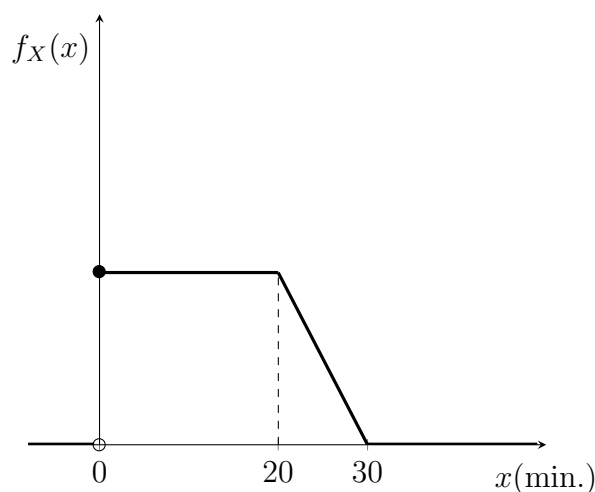
- i) Qual a probabilidade de ser atribuído prémio ao projeto?
- ii) Qual a probabilidade de ser aplicada multa ao projeto?
- iii) Qual o montante mínimo para o financiamento de arranque do projeto que assegure um valor de lucro esperado não inferior a 1000 €?

(5,5 val.) 5. Uma federação desportiva pretende organizar uma competição, mediante a realização de um jogo executado por diversas equipas.

Com vista à preparação do evento, a federação procede à simulação do jogo, realizando testes com equipas individuais ou coletivas (comportando um máximo de 4 elementos). Para o efeito, cada teste é realizado por uma só equipa, cujo número de elementos é previamente escolhido mediante uma distribuição Uniforme $\{1,2,3,4\}$.

Os testes são realizados de forma ininterrupta e consecutiva durante um período de 12 horas, de tal forma que assim que uma equipa termina o seu jogo, outra equipa inicia-o automaticamente.

Sabe-se ainda que os tempos, em minutos, de duração de execução do jogo seguem uma distribuição cuja função densidade de probabilidade é dada no gráfico seguinte:



Admitindo que à invocação da rotina RANDOM é afetado um NPA Uniforme $[0;1]$ à variável U :

- a) Elabore a rotina NEQP, que lhe permita gerar o número de elementos da equipa participante em cada jogo.
- b) Elabore a rotina TEMP, que lhe permita gerar o tempo de duração de cada jogo:
 - i) Recorrendo ao Método da Inversão.
 - ii) Recorrendo ao Método da Rejeição.
- c) Elabore a rotina NTPART, que lhe permita gerar o número total de participantes nos testes de simulação realizados durante o período de 12 horas.

(Nota: Para cada uma das rotinas construídas, apresente o fluxograma associado).