E-fólio B | Folha de resolução para E-fólio

Investigação Operacional | 21076

Nome: Mário Pedro Capela Rodrigues Carvalho..................

B. I.: [redacted]............... **Nº de Estudante:** [redacted]...........

Curso: Licenciatura em Eng. Informática **Turma:** 2......................

Data: 23 de Maio de 2022 **Ano Lectivo:** 2021/22

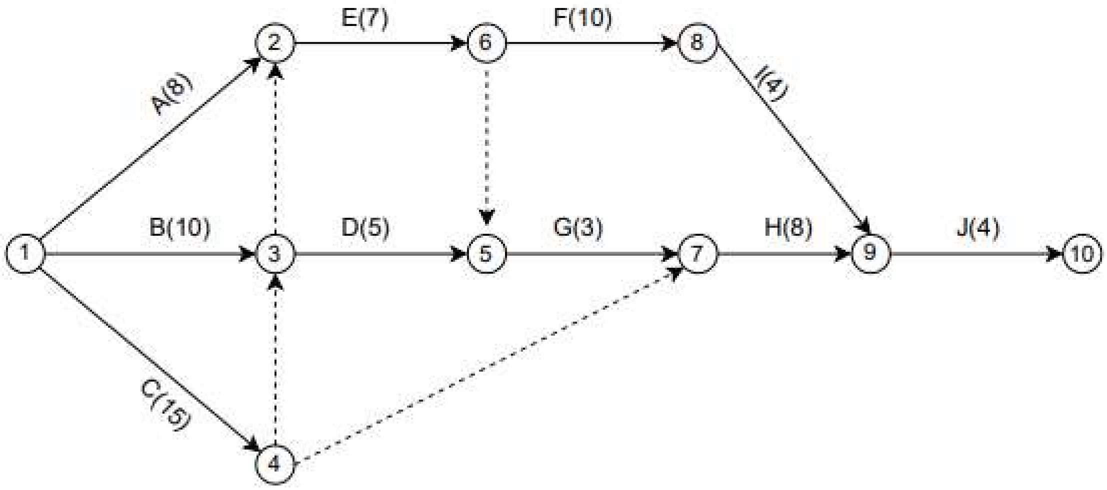
Docentes: Patrícia Engrácia e Elsa Negas

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

1.

a.

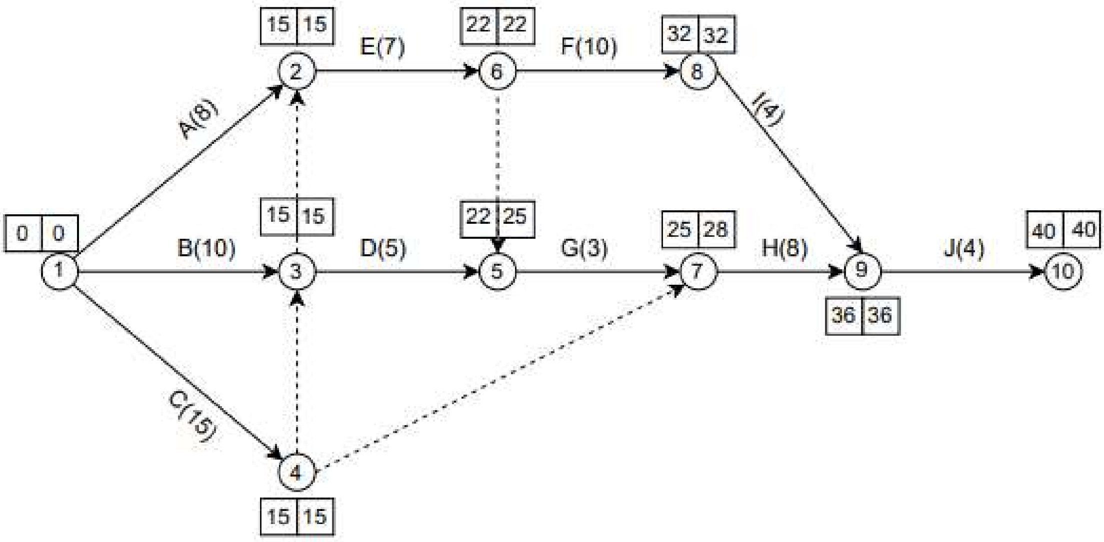
Considerando a tabela apresentada no enunciado, a rede do projeto é a seguinte :



Tendo em conta que a actividades D depende de B e C, e a actividade E depende de A, B e C, é necessário criar as actividades ficticias correspondentes. Já não é o caso de H. Pois, mesmo que H dependa de C, a existência de H é dependente também dos acontecimentos anteriores, em que D faz parte. E, a actividade D, é também ela dependente de C. Logo, H, só existe quando existe D. Portanto, a actividade fictícia correspondente não tem que existir.

b.

Sendo que a duração do projecto é o máximo da duração dos caminhos possíveis. Assim, ficamos com as seguintes possibilidades, face aos possiveis caminhos obtidos :



Fica a faltar o cálculo do caminho crítico, segundo o próprio Método do Caminho Crítico (M. C. C.), assume durações determinísticas para as diferentes actividades do projecto. Para isso, e tal como o próprio manual indicia, deve-se proceder ao cálculo dos tempos mais cedo e dos tempos mais tarde, para cada nó, e assim determinar as acticidades críticas, que constituem o caminho crítico.

Para tm (tempos mais cedo):

$tm_1 = 0$ (nó inicial)

$tm_4 = tm_1 + 15 = 0 +15 = 15$

$tm_3 = MAX(tm_1 + 10; tm_1 + 15) = MAX (10; 15) = 15$

$tm_2 = MAX(tm_1 + 8; tm_1 + 10; tm_1 + 15) = MAX (8; 10; 15) = 15$

$tm_6 = tm_2 + 7 = 22$

$tm_5 = MAX(tm_3 + 5; tm_6) = MAX(20; 22) = 22$

$tm_7 = tm_5 + 3 = 25$

$tm_8 = tm_7 + 10 = 32$

$tm_9 = MAX(tm_8 + 4; tm_7 + 8;) = MAX (36; 33;) = 36$

$tm_{10} = tm_9 + 4 = 40$

Para TM (tempos mais tarde):

$TM_{10} = tm_{10} = 40$

$TM_9 = TM_{10} - 4 = 36$

$TM_8 = TM_9 - 4 = 32$

$TM_7 = MIN (TM_9 – 8, TM_9 – 4) = 28$

$TM_5 = TM_7 - 3 = 25$

$TM_6 = TM_8 – 10 = 22$

$TM_2 = TM_6 - 7 = 15$

$TM_3 = MIN (TM_2, TM_5 – 5) = MIN(15, 20) = 15$

$TM_4 = MIN (TM_2, TM_3, TM_7) = MIN(15, 15, 28) = 15$

$TM_1 = MIN (TM_2 – 8, TM_3 – 10, TM_4 – 15) = MIN(7, 5, 0) = 0$

De seguida, determina-se de entre os resultados obtidos, quais são os nós desta rede que se podem considerar críticos. O que não implica, que as atividades sejam também todas críticas. Dos resultados obtidos, pode-se então concluir, que 8 dos 10 nós desta rede são críticos. Isto faz com que D, e G não sejam sejam críticas. As restantes actividades, no entanto serão consideradas críticas, quando a duração da actividade se apresenta com resultado igual entre os tempos de nó de destino e de origem. Caso contrário, estas atividades são chamadas de folgadas.

Para isso, é necessário analisar as actividades críticas existentes na rede:

8 = dur(A) ≠ t2 – t1 = 15 – 0 = 15

10 = dur(B) ≠ t3 – t1 = 15 – 0 = 15

15 = dur(C) = t4 – t1 = 15 – 0 = 15

7 = dur(E) = t6 – t2 = 22 – 15 = 7

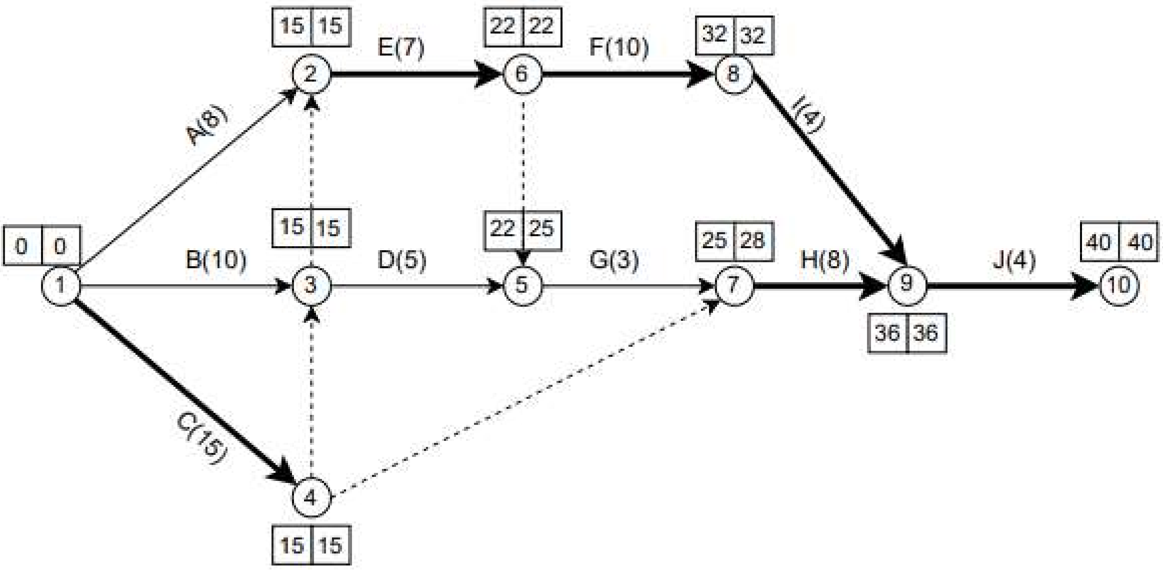
10 = dur(F) = t8 – t6 = 10

8 = dur(H) = t9 – t7 = 36 – 28 = 8

4 = dur(I) = t9 – t8 = 36 – 32 = 4

4 = dur(J) = t10 – t9 = 40 – 36 = 4

De acordo com os cálculos acima, concluímos então que C, E, F, H, I e J, são as atividades críticas, formando o caminho crítico do empreendimento. Assim, perante estas actividades, considerando caminho como todas as actividades de vão do início ao fim do projeto passam por C, E, F, I, J, apresenta-se como duração total de 40 dias : Dur(C) + Dur(E) + Dur(F) + Dur(I) + Dur(J) = 15 + 7 + 10 + 4 + 4 = 40 dias.



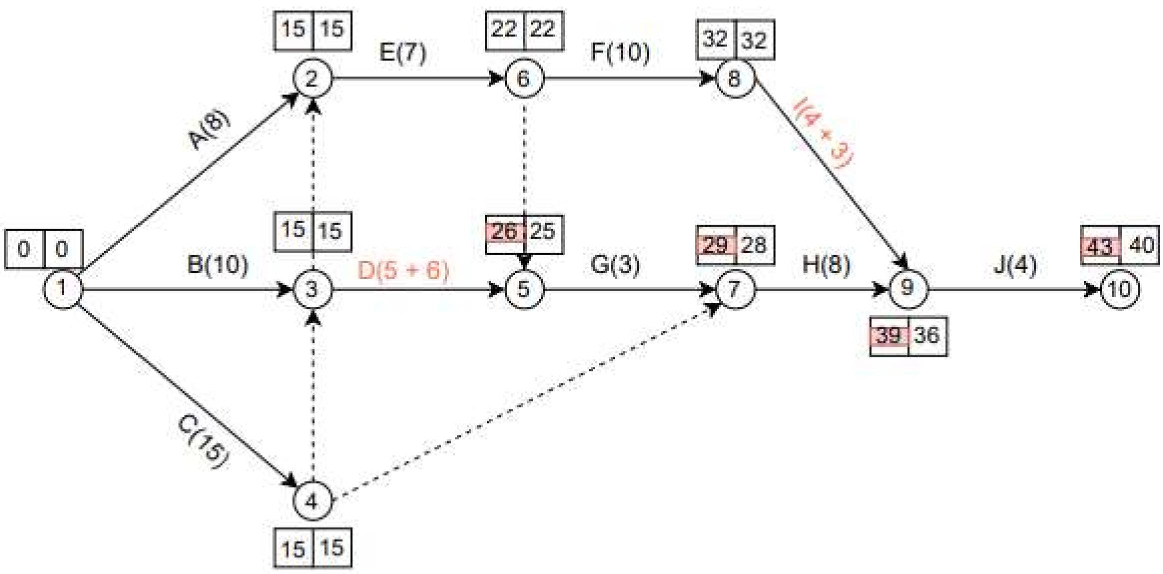
c.

Se considerar-mos que a actividade D é executada no exterior, e sofre um atraso de 6 dias a ser concluida, significa que a esta actividade será então acrescentada uma duração de mais 6 dias, aos 5 dias que lhe são caracteristicos, logo 11 dias ao todo será o seu novo tempo necessário. Foi considerado "atraso", como o tempo superior ao estimado, somando aos dias estimados de trabalho o atraso, e não, baseado na ideia de que ter um atraso de apenas 1 dia, como se tivesse demorado apenas mais um dia dos 5 já estimados, os 6 dias propostos. Assim sendo, este atraso de 6 dias têm impacto na actividade G (15 dias mais 6), que se reflete num atraso de 6 dias a mais nas seguintes actividades também.

Portanto, à actividade G, adicionam-se mais 6 dias (um total de 26 dias mais 3), e a H termina com um total de 37 (26 mais 3 mais 8 dias). Assim sendo, no estado nove, tem –se apenas um atraso de um dia. Face a isto, o resultado final do empreendimento é de 41 dias, o que se reflecte apenas no atraso de um dia no projeto geral.

d.

Sendo que, os estados I e D sofrem um atrsado de mais 3 e 6 dias respectivamente, então, até alcançar H, mantêm-se a mesma resposta de um total de 39 dias necessários, até H. Se em I, ocorre um atrsado de 3 dias, (segundo a mesma intrepretação de atraso), então, o tempo total da actividade I passa a ser de 7 dias. Isto faz com que, o nó 9, tenha um MAX(tm_8 + 4 + 3; tm_7+8), que se reflecte em 39 dias como máximo e não apenas 37, como se tinha antes. Portanto, o faco de existir também um atraso da actividade I, além do atraso de D, faz com que o resultado final do empreendimento seja ligeiramente maior de mais 2 dias em relação ao atraso calculado na alínea anterior, e passe a ser então de 43 dias ao todo.



2.

a.

O tipo de sistema apresentado é relativo a um sistema de M / M / S, em que a População = ∞ e Fila $máxima$ = ∞. Isto porque, tal como indicado :

- o processo de chegada de clientes corresponde a uma distribuição a processos Poissonianos, tal como o tempo de chegada de clientes, e o número de servidores é $S > 1$;

- o processo de chegadas Poissoniano, tem uma taxa de chegadas $\lambda = \frac{10}{60}\ min^{-1} = \frac{1}{6} min^{-1}$ clientes por minuto ;

- a duração do tempo de atendimento (serviço) segue uma distribuição Exponencial Negativa com taxa de atendimento de $\mu = \frac{1}{15}\ min^{-1}$ clientes por minutos, por cada servidor (S). O que representa um cliente a cada 15 minutos de forma continua, ou seja, 4 clientes por hora), onde a capacidade de resposta não é critério de avalição, para uma análise de um máximo de clientes em fila;

- tem-se então uma taxa de pressão: $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{15}} = \frac{5}{2}$

- segue uma disciplina de fila do estilo "*first in, first out*" (FIFO).

b.

Sabendo que $S > 1$, mas que é de valor desconhecido de momento, e se quer ter o mínimo possível de clientes em espera na fila, supõem-se então que $S = 2$:

$$\rho = \frac{\lambda}{S\mu} = \frac{\frac{1}{6}}{2 * \frac{1}{15}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{15}} = \frac{1 * 15}{6 * 2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

O que não verifica que $\rho < 1$. Então, $S = 2$ não é uma possibilidade. Supõem-se então que $S = 3$:

$$\rho = \frac{\lambda}{S\mu} = \frac{\frac{1}{6}}{3 * \frac{1}{15}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{15}} = \frac{1 * 15}{6 * 3} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6} \approx 0{,}83 \surd$$

O que verifica que $\rho < 1$. No entanto, tem que satisfazer a condição de para uma quantidade máxima de clientes em fila de 3 pessoas, em que se tem de ter uma média, portanto $L_q \leq 3$, pois este representa o número médio de clientes na fila. Para isso :

$$P_0 = \left(\frac{S^s \rho^{S+1}}{S!\,(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{S} \frac{(S\rho)^n}{n!} \right)^{-1} = \left(\frac{3^3 * \left(\frac{5}{6}\right)^{3+1}}{3!\left(1-\frac{5}{6}\right)} + \sum_{n=0}^{3} \frac{\left(3 * \frac{5}{6}\right)^n}{n!} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{27 * \left(\frac{5}{6}\right)^4}{3 * 2 * 1\left(\frac{6}{6} - \frac{5}{6}\right)} + \sum_{n=0}^{3} \frac{\left(\frac{15}{6}\right)^n}{n!} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{\frac{625}{48}}{3 * 2 * 1 * \left(\frac{1}{6}\right)} + \frac{\left(\frac{15}{6}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{15}{6}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{15}{6}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{15}{6}\right)^3}{3!} \right)^{-1} =$$

$$= \left(\frac{\frac{625}{48}}{\left(\frac{6}{6}\right)} + 1 + \frac{5}{2} + \frac{25}{8} + \frac{125}{48} \right)^{-1} = \left(\frac{625}{48} + \frac{443}{48} \right)^{-1} = \left(\frac{1068}{48} \right)^{-1} = \frac{48}{1068} \approx 0.0449$$

$$L_q = \frac{S^s \rho^{S+1} P_0}{S!\,(1-\rho)^2} = \frac{3^3 * \left(\frac{5}{6}\right)^{3+1} * \frac{48}{1068}}{3!\left(1-\frac{5}{6}\right)^2} = \frac{27 * \left(\frac{5}{6}\right)^4 * \frac{48}{1068}}{3!\left(\frac{6}{6} - \frac{5}{6}\right)^2} = \frac{\frac{625}{48} * \frac{48}{1068}}{3 * 2 * 1 * \left(\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{\frac{625}{1068}}{\frac{1}{6}} \approx 3{,}5112$$

O que significa que o número de clientes em fila é ainda superior ao objectivo inicial, pois tem-se uma média de 3,5 pessoas em fila de espera. Pelo que, tem que se supõem-se então que $S = 4$:

$$\rho = \frac{\lambda}{4\mu} = \frac{\frac{1}{6}}{4 * \frac{1}{15}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{15}} = \frac{1 * 15}{6 * 4} = \frac{15}{24} \approx 0{,}625\surd$$

O que verifica que $\rho < 1$. Portanto :

$$P_0 = \left(\frac{S^s \rho^{S+1}}{S!\,(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{S} \frac{(S\rho)^n}{n!} \right)^{-1} = \left(\frac{4^4 * \left(\frac{15}{24}\right)^{4+1}}{4!\left(1-\frac{15}{24}\right)} + \sum_{n=0}^{4} \frac{\left(4 * \frac{15}{24}\right)^n}{n!} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{256 * \frac{3125}{32768}}{4 * 3 * 2 * 1\left(\frac{24}{24} - \frac{15}{24}\right)} + \sum_{n=0}^{4} \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^n}{n!} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{\frac{3125}{128}}{24 * \left(\frac{3}{8}\right)} + \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^3}{3!} + \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^4}{4!} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{\frac{3125}{128}}{9} + 1 + \frac{5}{2} + \frac{25}{28} + \frac{125}{48} + \frac{625}{384} \right)^{-1} = \left(\frac{243647}{24192} \right)^{-1} = \frac{24192}{243647} \approx 0{,}09929$$

$$L_q = \frac{S^s \rho^{S+1} P_0}{S!\,(1-\rho)^2} = \frac{4^4 * \left(\frac{15}{24}\right)^{4+1} * \frac{24192}{243647}}{4!\left(1-\frac{15}{24}\right)^2} = \frac{\frac{3125}{128} * \frac{24192}{243647}}{4*3*2*1*\left(\frac{24}{24}-\frac{15}{24}\right)^2} = \frac{\frac{590625}{243647}}{\frac{27}{8}} = \frac{175000}{243647}$$

$$\approx 0{,}71825$$

O que significa que o número de clientes média em fila é inferior ao objectivo inicialmente pedido no enunciado, pois tem-se uma média de 1 pessoa em fila de espera.

c.

O tempo médio que cada cliente passa na seguradora, tendo em conta a quantidade de servidores da alinea anterior, é para W, o tempo médio de permanência de um cliente no sistema. Sanbendo que o tempo de atendimento é de 15 minutos, então W tem de ser superior:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} = \frac{L_q}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = \frac{\frac{175000}{243647}}{\frac{1}{6}} + \frac{1}{\frac{1}{15}} = \frac{175000 * 6}{243647} + 15 = \frac{27155}{1602} \approx 19{,}31$$

Cada cliente passa em média no sistema, é cerca de 19 minutos e 18 segundos. Portanto, 15 minutos a ser atendido e 4 minutos e 18 segundos em fila.

d.

Para estar 1 cliente à espera na loja, então significa que os 4 funcionários (servidores) estão ocupados. Portanto, na asseguradora terão de estar mais de 4 clientes, ou seja, 5 ao todo.

Como P_0 fora calculado no exercicio anterior, então, se $\rho = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$:

$$P_5 = \frac{S^s \rho^5}{S!} P_0 = \frac{4^4 * \left(\frac{5}{8}\right)^5}{4!} * \frac{24192}{243647} = \frac{3125}{3072} * \frac{24192}{243647} \approx 0.1010$$

A probabilidade de estar um cliente à espera de ser atendido é de 10,10%.

e.

Para responder a esta questão dividiu-se a resposta em duas partes:

i) A probabilidade de um cliente esperar no máximo 2 minutos é dada por:

$$P\left(W_q \leq 2\right) = 1 - P\left(W_q > 2\right) = 1 - \frac{(S\rho)^S * P_0}{S!\,(1-\rho)} e^{-S\mu 2(1-\rho)}$$

$$= 1 - \frac{\left(4 * \frac{5}{8}\right)^4 * \frac{24192}{243647}}{4!\left(1-\frac{5}{8}\right)} e^{-4\left(\frac{1}{15}\right)2\left(1-\frac{5}{8}\right)} = 1 - \frac{\frac{625}{16} * \frac{24192}{243647}}{9} * e^{-\frac{2}{10}} \approx 0{,}64718$$

A probabilidade de um cliente esperar no máximo 2 minutos para ser atendido é de 64,71%.

ii) A probabilidade de um cliente esperar mais de 6 minutos é dada por:

$$P\left(W_q > 6\right) = \frac{(S\rho)^S * P_0}{S!\,(1-\rho)} e^{-S\mu 6(1-\rho)}$$

$$= \frac{\left(4 * \frac{5}{8}\right)^4 * \frac{24192}{243647}}{4!\left(1-\frac{5}{8}\right)} e^{-4\left(\frac{1}{15}\right)6\left(1-\frac{5}{8}\right)}$$

$$= \frac{\frac{625}{16} * \frac{24192}{243647}}{9} * e^{-0{,}6} \approx 0{,}23651$$

A probabilidade de um cliente esperar mais de 6 minutos é de 23,65%.