

Computação Numérica 21021

Ano letivo 2011/12

Orientações de resposta ao exame/p-folio de 1ª época

1. Considere a função $y(x) = \ln x - x^2 + 4$.

a. **(1,5 val)** Construa o polinómio de Taylor de $y(x)$ de grau 2, com ponto de origem $x_0 = 1$, e use-o para calcular uma estimativa para $y(x = 1.25)$.

Nota: $(\ln f)' = f'/f$; $(f^k)' = k f^{k-1} f'$.

b. **(2 val)** Entre $x = 1$ e $x = 3$ a função tem um e um só zero (i.e. raiz da equação $y(x) = 0$). Encontre uma aproximação para esse zero recorrendo ao método da bissecção com 5 iterações.

c. **(2 val)** Determine uma estimativa para o erro da aproximação obtida na alínea anterior e, baseado nessa estimativa, indique quantos algarismos significativos deverá ter o zero aproximado. Comente também a qualidade do resultado obtido e diga se deveria proceder ou não a melhorias desse resultado.

d. **(5 val)** Escreva uma rotina em Octave que permita resolver a alínea b. por implementação do algoritmo da bissecção. O programa deve conter pelo menos um critério de paragem, o qual fica à sua escolha, findo o qual devolve ao utilizador o valor calculado. Inclua todos os comentários que achar relevantes.

2. Considere a matriz A abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

a. **(1,5 val)** Execute a decomposição LU da matriz A

b. **(1,5 val)** Resolva o sistema de equações lineares $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

c. **(1 val)** Escreva uma sequência de comandos em Octave que permita verificar, por multiplicação direta de matrizes, que a solução que encontrou está correta.

3. Seja $y(x) = e^x + \sin(x)$.

- a. **(2 val)** Construa o polinómio interpolador de Lagrange para os nós $x = 0, 1$ e 2 . Os valores aproximados da função nesses pontos são respetivamente 1.0000; 3.55975 e 8.29835.

- b. **(1,5 val)** Recorra ao polinómio obtido para calcular $y(x = 1.9)$ e calcule os erros absoluto e relativo da interpolação considerando como valor real $y(x = 1.9) = 7.63219$.

- c. **(2 val)** Apresente uma rotina em Octave que crie um gráfico conjunto das duas funções no intervalo de -1 a 3 e que marque o ponto $x = 1.9$ no eixo dos xx .