



## Matemática Finita | 21082

### Período de Realização

Decorre de 27 de março a 6 de abril de 2020

### Data de Limite de Entrega

6 de abril de 2020, até às 23h55 de Portugal Continental

### Tema

Combinatória Enumerativa

### Trabalho a desenvolver

Resolução dos 6 grupos de exercícios constantes no enunciado.

### Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
2. Com exceção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
3. Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorreta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C		0	1	2	3
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	<b>0.9</b>			

<b>4.</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>
<b>1.0 val.</b>	<b>0.6 val.</b>	<b>1.5 val.</b>

### Normas a respeitar

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 6 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira e Ana Nunes

## Enunciado

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas.

1. Dados um conjunto  $A$ ,  $\#A = n$ , e um subconjunto  $B \subseteq A$  tal que  $\#B = k > 1$ , sobre o valor  $T =$  número total de subconjuntos de  $A$  cuja interseção com  $B$  tem um único elemento, pode afirmar-se o seguinte:
  - A)  $T < 2^{n-k}$
  - B)  $T = 2^{n-k}$
  - C)  $2^{n-k} < T < k2^{n-k}$
  - D)  $T \geq k2^{n-k}$
  
2. Em relação à soma de três quaisquer números ímpares consecutivos pode afirmar-se:
  - A) Se a primeira parcela é um múltiplo de 3, então a soma é um múltiplo de 3 e de 9
  - B) Se a parcela do meio é um múltiplo de 3, então a soma é um múltiplo de 3 e de 9
  - C) Se a última parcela é um múltiplo de 3, então a soma é um múltiplo de 3 e de 9
  - D) Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira
  
3. Relativamente ao desenvolvimento de  $(x + \frac{1}{x})^{10}$  considere as duas afirmações seguintes:
  - (i) O coeficiente de  $x$  é 0
  - (ii) O coeficiente de  $x^2$  é 1Sobre estas afirmações pode dizer-se:
  - A) Ambas as afirmações são verdadeiras
  - B) A afirmação (i) é verdadeira, mas a (ii) é falsa
  - C) A afirmação (ii) é verdadeira, mas a (i) é falsa
  - D) As duas afirmações são falsas

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar.

4. Considere todos os números com 4 algarismos, todos eles pertencentes ao conjunto  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Determine, justificando:

4.1. Quantos destes números contêm o algarismo 0?

4.2. Quantos destes números não têm dígitos repetidos e o último algarismo, o das unidades, é igual a 2?

5. Para calcular quantos grupos de trabalho podem formar-se com 6 elementos escolhidos a partir de um grupo de 15 engenheiros informáticos e 11 engenheiros eletrotécnicos de modo que o grupo de trabalho integre pelo menos um engenheiro informático, um estudante respondeu da maneira seguinte:

*Como existem 15 engenheiros informáticos, qualquer um deles pode ser escolhido para integrar o grupo de trabalho. Escolhido um, os restantes 5 elementos do grupo de trabalho terão de ser escolhidos entre os restantes  $14 = 15 - 1$  engenheiros informáticos e os 11 engenheiros eletrotécnicos, num total de*

$$\binom{14 + 11}{5} = \binom{25}{5}$$

*possibilidades diferentes. Deste modo conclui-se que existem*

$$15 \binom{25}{5}$$

*maneiras diferentes para formar um grupo de trabalho em que pelo menos um dos elementos seja um engenheiro informático.*

Analise esta resposta e, caso necessário, corrija-a.

6.

6.1. Por recurso ao método de indução matemática prove que para cada  $n \in \mathbb{N}$  é válida a igualdade

$$\sum_{k=m}^n \binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} 2^{n-m}, \quad (1)$$

onde  $m \in \mathbb{N}$  é um qualquer valor entre 0 e  $n$  ( $0 \leq m \leq n$ ).

6.2. Utilize a igualdade (1) para provar que

$$\sum_{k=m}^n \binom{n-m}{k-m} = 2^{n-m}.$$

FIM