

U.C. 21037

Elementos de Probabilidades e Estatística

8 de setembro de 2015

- INSTRUÇÕES -

- O estudante deverá responder à prova na folha de ponto e preencher o cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Verifique no momento da entrega das folhas de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- O exame é composto por 4 grupos de questões, contém 2 páginas e termina com a palavra FIM e por um formulário de uma página. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova.
- Utilize uma letra legível e não use uma caneta de outra cor que não seja o preto ou o azul - as respostas a lápis não serão consideradas.
- É permitido o uso de máquina de calcular. Não é permitido a utilização de elementos de consulta.
- O exame tem a duração máxima de 2 horas e 30 minutos.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO:

- Para a correcção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correcção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objectiva e correctamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático correctos, utilizando notação apropriada.
- Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- A distribuição da cotação total (20 valores) pelos 4 grupos de questões é a seguinte:

Grupo	1	2	3	4
Cotação	4.50	3.50	6.50	5.50

- ✓ 1. Um inquérito realizado a casais com filhos revelou os seguintes dados:

Nº de filhos	f_i	F_i
1	0,25	0,25
2	0,30	0,55
3	0,2	0,75
4	0,25	1

(f_i frequência relativa simples; F_i frequência relativa acumulada)

- ✓ 1.1. Determine, justificando, a percentagem de casais com pelo menos dois filhos. (0,55)
- ✓ 1.2. Calcule a moda do número de filhos por casal. Justifique. (2)
- ✓ 1.3. Supondo que este inquérito foi realizado a 80 casais com filhos, calcule, justificando, o número de casais com três ou menos filhos. (60)
2. Um fabricante de caixas de bombons recebeu a dada altura um elevado número de reclamações quanto à qualidade dos bombons fabricados. Numa rápida análise às condições de produção, verificou-se que, dos bombons produzidos, 10% têm um recheio com um défice de açúcar. Sabendo-se que cada caixa de bombons contém 15 bombons, calcule a probabilidade de numa caixa acabada de se produzir:
- 2.1. Haver apenas um bombom com pouco açúcar no recheio.
- 2.2. Haver no máximo dois bombons com o recheio pouco adocicado.
3. Seja (X, Y) um par aleatório discreto. A informação conhecida sobre a função de probabilidade conjunta de (X, Y) e sobre as funções de probabilidade marginal é a que consta no quadro seguinte:

$f(x, y)$	$y = 0$	$y = 1$	$y = 2$	$f_X(x)$
$x = 0$	0,10		0,20	0,45
$x = 1$		0,15	0,15	
$x = 2$	0,05			
$f_Y(y)$	0,25		0,40	

- 3.1. Complete o quadro, justificando detalhadamente todos os raciocínios e cálculos que efectuar.
- 3.2. Calcule $E(X^3)$ e $V(Y - 1)$.
- 3.3. Calcule $P(X \leq 1, Y = 2)$, $P(X \geq 2)$ e $P(X \leq 1 | Y \leq 1)$.
- 3.4. Determine a função de distribuição marginal de Y .

4. Considere uma variável aleatória contínua X cuja função de distribuição é dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ k - \frac{27}{x^3}, & x \geq 3 \end{cases}$$

4.1. Determine o valor de k .

4.2. Calcule $P(X < 5)$, $P(-5 < X \leq 5)$ e $P(X \leq 5 | X > -5)$.

4.3. Determine a função densidade de probabilidade de X .

FIM