



TOPOLOGIA | 21117

Período de Realização

Decorre de 6 a 13 de abril de 2108

Data de Limite de Entrega

13 de abril de 2108, até às 23h55 de Portugal Continental

Conteúdos

Topologia (Espaços Métricos)

Competências

Saber aplicar os conceitos e técnicas de Topologia, em particular no caso de Espaços Métricos.

Trabalho a desenvolver

Recursos

Notas da UC.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

- Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.

- Justifique *cuidadosamente* todas as suas respostas, e apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio. Não será atribuída qualquer cotação a uma resposta não justificada.

A cotação total deste e-fólio é de 4 valores, distribuídos do seguinte modo

Grupo I. 0,8 valores

Grupo II. 0,8 valores

Grupo III. 0,8 valores

Grupo IV. 0,8 valores

Grupo V. 0,8 valores

Total: 4 valores

Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Caso não realize o seu E-fólio por escrito mas num outro formato, preencha igualmente o cabeçalho da Folha de Resolução e declare nela que terminou o seu trabalho até à data e hora determinada pelo professor.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar deve ser em formato pdf e não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Rafael Sasportes

I. Seja $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \begin{cases} |y_1 - y_2| & \text{se } x_1 = x_2, \\ |y_1| + |x_1 - x_2| + |y_2| & \text{se } x_1 \neq x_2. \end{cases}$$

i) Mostre que d define uma métrica sobre \mathbb{R}^2 .

ii) Esboce os seguintes conjuntos em (\mathbb{R}^2, d)

$$A = B_1((2, 0)), \quad C = B_1((1, 2)), \quad D = B_2((1, 1)).$$

II. Considerando em \mathbb{R} a métrica usual, caracterize todas as aplicações contínuas $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Q}$.

III. Seja (X, d) um espaço métrico, sejam f e g funções contínuas em X e seja $A \subset X$.

Mostre que se f e g coincidem em A , então também coincidem na aderência de A , ou seja que

$$f(x) = g(x), \forall x \in A \implies f(x) = g(x) \forall x \in \overline{A}.$$

IV. Seja (X, d) um espaço métrico.

Mostre que se $A \subset X$ é um aberto de X , então $A \cap \text{fr}(A) = \emptyset$.

V. Seja (X, d) um espaço métrico.

Mostre que $A \subset X$ é aberto se e sómente se é uma união de bolas abertas.

FIM