

“

Matemática Finita | 21082

Período de Realização

Decorre de 21 a 30 de março de 2025

Data de Limite de Entrega

30 de março de 2025, até às 23h59 de Portugal Continental

Tema

Combinatória Enumerativa

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
2. Com exceção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Nas questões 4 a 7 não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
3. Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorreta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1–3	ERRADAS				
C	0	1	2	3	
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	0.9			

4.	5.	6.	7.
0.50 val.	0.8 val.	0.8 val.	1.0 val.

Normas a respeitar

O E-fólio é uma prova **inteiramente** individual. Isto significa que deverá realizar a prova sozinho(a), sem a ajuda de colegas, ou de terceiras pessoas, e sem a ajuda de ferramentas de inteligência artificial. As únicas ajudas que pode utilizar são o livro e os materiais disponibilizados no Espaço Central do curso (<https://elearning.uab.pt/course/view.php?id=21319>).

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 6 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira, Ana Nunes, José Agapito e Nelson Faustino

Enunciado

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas.

1. O número de diferentes maneiras para distribuir 13 cd's iguais e 7 livros diferentes por 5 pessoas é igual a:

A) $\binom{20}{5}$

B) $\frac{17!}{13!4!} \times 7^5$

C) $\frac{17!}{13!4!} \times 5^7$

D) $\sum_{k=0}^5 \binom{13}{k} \binom{7}{5-k}$

2. Nas afirmações seguintes, $X \subseteq \mathbb{R}$ é um conjunto enumerável:

(i) $X \setminus [n] \subseteq \mathbb{Q}$ para qualquer número natural $n \geq 1$

(ii) $X \times (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{N})$ é enumerável

(iii) $X \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z})$ é enumerável

A lista completa de afirmações verdadeiras é a seguinte:

A) (i) e (ii)

B) (i) e (iii)

C) (ii) e (iii)

D) (i), (ii) e (iii)

3. Considere a seguinte afirmação, onde X é um conjunto tal que $\#X > 1$:

“O produto de duas funções injetivas $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : X \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função injetiva.”

Sobre esta afirmação podemos afirmar:

A) A afirmação é sempre verdadeira para X um conjunto finito

B) A afirmação é sempre verdadeira para X um conjunto numerável

C) A afirmação só pode ser verdadeira para X um conjunto infinito não enumerável (por exemplo, para $X = \mathbb{R}$)

D) Nenhuma das opções anteriores é verdadeira

Nas questões seguintes justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar.

4. Justifique a resposta à pergunta 3.
5. Quantos números de 7 dígitos distintos podem ser formados com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 de modo que os dígitos 5 e 6 nunca fiquem consecutivos?
6. Dado $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, existem 3^n funções distintas $f : [n] \rightarrow [3]$. Destas funções, quantas são sobrejetivas?
7. Por recurso ao método de indução matemática prove que

$$\sum_{k=0}^n \binom{n+k}{k} = \binom{2n+1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Nas justificações identifique as igualdades binomiais da pág. 45 do manual utilizadas.

FIM