



## Geometria — 21165

### Período de Realização

Consultar os prazos de entrega indicados pelos serviços

### Objetivos

O e-fólio global cobre potencialmente a totalidade da matéria lecionada.

A prova é composta por 4 questões (de onde serão escolhidas 3), contém 1 páginas e termina com a palavra **FIM**.

### Recursos

A prova é individual, com consulta bibliográfica livre.

### Critérios de Avaliação e cotação

Todas as respostas devem ser justificadas, salvo instrução em contrário. Respostas não devidamente justificadas são inválidas e terão cotação zero.

Todas as questões têm a mesma cotação, somando um total de 12 valores.

### Normas as respeitar

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada e preencher os dados do cabeçalho. A prova deve ser entregue como um único ficheiro pdf, que não deve ultrapassar os 8 megabytes. Não são aceites outros formatos.

O nome do ficheiro deve ser: número de estudante seguido do seu apelido, seguido de EfolioG. Exemplo: 00000AraujoEfolioG.pdf

Utilize letra legível, se a prova for manuscrita. Atente à qualidade e legibilidade da digitalização.

No ato da entrega, assegure a integridade do ficheiro. Ficheiros que não abrem não podem ser corrigidos.

O e-fólio global dura 90 minutos, tendo uma tolerância de 60 minutos adicionais para digitalizar e carregar o ficheiro na plataforma.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo disponibilizado para o efeito, até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas técnicos. Pode submeter a prova até duas vezes na plataforma.

Votos de bom trabalho!

António Araújo

**Resolva apenas 3 das seguintes 4 questões.**

**Problema 1.** Considere o seguinte candidato a plano de incidência: os pontos são os pontos da esfera euclidiana de raio 1,  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ , as linhas são as circunferências de raio 1 contidas na mesma esfera. Diga, justificando, quais dos axiomas de incidência A1-A3 são verificados.

**Problema 2.** Recorde que o modelo Pombalino consiste dos pontos e rectas usuais de  $\mathbb{R}^2$  com a distância  $d_P((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$ . Chamamos elipse de pontos focais  $A, B$  e distância focal  $2a$ , com  $a > 0$ , ao conjunto dos pontos  $Q$  tais que a soma das distâncias de  $Q$  aos pontos focais é igual a  $2a$ .

a) Desenhe, justificando, a elipse Pombalina de pontos focais  $A = (3, 0), B = (7, 0)$ , e distância focal  $2a = 10$ .

b) Prove que todas as elipses Pombalinas com  $A \neq B$  são polígonos de 6 lados, ou apresente um contra-exemplo.

**Problema 3.** O plano do 1.º quadrante tem, como pontos, os pontos ordinários de  $\mathbb{R}^2$  do primeiro quadrante, eixos excluídos, isto é, pontos  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  com  $x, y > 0$ , e, como linhas, as intersecções não vazias de linhas rectas ordinárias de  $\mathbb{R}^2$  com o 1.º quadrante.

a) Verifique que se trata de um modelo dos axiomas de incidência que satisfaz também o axioma hiperbólico de paralelismo.

b) Dada a linha  $l$  definida por  $x = 1 + y$  e o ponto  $P = (1, 1)$ , descreva o conjunto de todas as linhas paralelas a  $l$  que passam por  $P$ .

**Problema 4.** Diga, justificando, se é verdadeiro ou falso que:

a) As translações de  $\mathbb{R}^2$  são isometrias do plano de Moulton.

b) As translações de  $\mathbb{R}^2$  são isometrias do plano da linha mágica, em que o plano da linha mágica tem os mesmos pontos e linhas que  $\mathbb{R}^2$ , e uma distância  $d_P$  que é igual à distância Euclidiana  $d_E$ , excepto sobre uma única linha especial  $l_0$ , sobre a qual temos  $d_P(P, Q) = 2d_E(P, Q)$  quando  $P, Q \in l_0$ .

FIM