UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

U.C. 21048

Física Geral

22 de fevereiro de 2016

INSTRUÇÕES

Leia com atenção o que se segue antes de iniciar a sua prova:

Verifique se o enunciado desta prova possui, para além desta folha de rosto, mais 5 páginas, numeradas de 2 a 6 e terminando com a palavra FIM.

O estudante não necessita de indicar qualquer resposta neste enunciado, pelo que poderá ficar na posse do mesmo finda a prova.

Este exame consta de duas partes:

1) A primeira é constituída por **6 questões de escolha múltipla**, em que apenas uma das respostas é correcta. **As respostas a estas questões devem ser feitas na folha de prova** (não neste enunciado). Indique de uma forma clara a alínea que corresponde à resposta que considera correta. Respostas que não sejam claras ou cuja interpretação seja ambígua serão consideradas **nulas**. Se desejar, pode incluir detalhes da sua resolução da questão. Se desses detalhes o professor verificar que respostas incorretas se deveram apenas a pequenos erros de cálculo, estas poderão ser parcialmente cotadas.
2) A segunda é composta por **4 questões estruturadas** de produção de resposta. Nestas respostas os parâmetros valorizados são:
   - O rigor científico do raciocínio usado, nomeadamente na identificação dos princípios físicos em jogo e na colocação do problema em equação.
   - O rigor dos cálculos efectuados, incluindo a expressão correta dos resultados (os valores numéricos com os algarismos significativos e unidades adequados) e a interpretação dos resultados (se aplicável). Os resultados devem ser apresentados com 2 ou 3 algarismos significativos.

Recomenda-se que:

- Leia com muita atenção as questões e selecione bem os dados e incógnitas antes de responder.
- Responda primeiro às questões que julgar mais acessíveis, e só depois às questões que considerar mais difíceis.
- Revejaas resoluções cuidadosamente antes de entregar a prova.

Pode utilizar a sua máquina de calcular mas não pode emprestá-la a qualquer dos seus colegas.

Duração: 2h:30 min

FORMULÁRIO E VALORES DE CONSTANTES FÍSICAS

$$\Delta G = G_f - G_i \;\; ; \;\; \vec{A} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}} \;\; ; \;\; |\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \;\; ; \;\; \vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos(\sphericalangle AB) \;\; ; \;\; \vec{A}\times\vec{B} = AB\,\mathrm{sen}(\sphericalangle AB)\,\hat{\mathbf{n}}$$

$$\text{Círculo: } \begin{cases} A = \pi R^2 \\ P = 2\pi R \end{cases} \;\; ; \;\; \text{Esfera: } \begin{cases} V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \\ A = 4\pi R^2 \end{cases} \;\; ; \;\; \text{Cilindro: } \begin{cases} V = \pi R^2 h \\ A = 2\pi R^2 + 2\pi R h \end{cases}$$

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \;\; ; \;\; \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \;\; ; \;\; s_{med} = \frac{\text{distância}}{\Delta t} \;\; ; \;\; s = |\vec{v}| = v \;\; ; \;\; \vec{a}_{med} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \;\; ; \;\; \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\begin{cases} \vec{v} = cte \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t \end{cases} \;\; \text{1D:} \begin{cases} v = cte \\ x = x_0 + vt \end{cases} \;\; ; \;\; \begin{cases} \vec{a} = cte \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2 \end{cases} \;\; \text{1D:} \begin{cases} a = cte \\ v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\theta = \dfrac{d}{R} \;\; ; \;\; 1 \text{ rot} = 2\pi \text{ rad} \\ \omega = \dfrac{d\theta}{dt} \;\; ; \;\; \omega_{med} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} \\ \alpha = \dfrac{d\omega}{dt} \;\; ; \;\; \alpha_{med} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} \end{cases} ; \;\; \begin{cases} d = \Delta\theta\, R \\ v = \omega R \\ a_t = \alpha R \;\; ; \;\; a_n = \dfrac{v^2}{R} \end{cases} ; \;\; \begin{cases} \omega = cte \\ \theta = \theta_0 + \omega t \end{cases} ; \;\; \begin{cases} \vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} \\ \alpha = \dfrac{|\Sigma\vec{\tau}|}{I} \end{cases} ; \;\; \begin{cases} \alpha = cte \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases}$$

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \;\; ; \;\; F_g = mg \;\; \left(g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \;\; ; \;\; f_s \le \mu_s F_N \;\; ; \;\; f_k = \mu_k F_N \;\; ; \;\; F_{cent} = m\frac{v^2}{R}$$

$$W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} \;\; ; \;\; E_c = \frac{1}{2}mv^2 \;\; ; \;\; E_p = -\int_{xi}^{xf} F_C(x)dx \;\; ; \;\; F_C = -\frac{dE_p}{dx} \;\; ; \;\; E_{pg} = mgh \;\; ; \;\; F_{elast} = -kx \;\; ; \;\; E_{p.elast} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_m = E_c + E_p \;\; ; \;\; W_{tot} = \Delta E_c \;\; ; \;\; W_C = -\Delta E_p \;\; ; \;\; W_{NC} = \Delta E_m \;\; ; \;\; \mathcal{P}_{med} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \;\; ; \;\; \mathcal{P} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \;\; ; \;\; \vec{I} = \vec{F}_{ext}\Delta t \;\; ; \;\; \vec{I} = \Delta\vec{p}$$

$$F_G = G\frac{Mm}{r^2} \;\; ; \;\; V_G = -G\frac{M}{r} \;\; ; \;\; E_{pG} = mV_G \;\; \left(G = 6{,}67\times10^{-11}\,\frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}\right) \;\; ; \;\; a_g = g = G\frac{M}{R^2}$$

Para uma ED do tipo: $\dfrac{dx}{dt} = f(t,x)$

Euler/Runge – Kutta 1: $x_{i+1} = x_i + f(t_i, x_i)h \;\; ; \;\; h = t_{i+1} - t_i$

Heun/Previsor – Corretor/Runge – Kutta 2: $\begin{cases} x_{i+1}^{(P)} = x_i + f(t_i, x_i)h \\ x_{i+1} = x_i + \dfrac{f(t_i, x_i) + f\left(t_{i+1}, x_{i+1}^{(P)}\right)}{2}h \end{cases} \;\; ; \;\; h = t_{i+1} - t_i$

Nota: x_i, x_{i+1} são o mesmo que respetivamente $x(t_i), x(t_{i+1})$.

PARTE I

1. (1,5 val) Um rapaz corre à sua rapidez máxima de 6,00 m/s para apanhar um autocarro. Quando ele se encontra a 32,0 m do autocarro, este arranca com aceleração constante de 0,500 m/s^2. Em que instante alcança o rapaz o autocarro? Considere $t = 0$ no momento do arranque do autocarro.

A. 5,33 s **B.** 8,00 s **C.** 10,7 s **D.** 16,0 s **E.** 24,0 s **F.** Nunca

Temos aqui dois movimentos: MRU do rapaz (R) e MRUV do autocarro (A). Escolhendo a origem dos *xx* no ponto onde o rapaz está quando $t = 0$, as expressões para a posição do rapaz e autocarro são

$$\begin{cases} x_R = x_{0R} + v_{0R}t \\ x_A = x_{0A} + v_{0A}t + \frac{1}{2}a_A t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_R = 0 + \left(6{,}00\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)t \\ x_A = 32{,}0\ \mathrm{m} + 0 + \frac{1}{2}\left(0{,}500\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)t^2 \end{cases}$$

Alcançar o autocarro significa ter-se $x_R = x_A$, o que leva à equação de 2º grau (no SI)

$$6{,}00t = 32{,}0 + 0{,}250t^2 \Leftrightarrow 0{,}250t^2 - 6{,}00t + 32{,}0 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6{,}00 \pm \sqrt{6{,}00^2 - 4 \cdot 0{,}250 \cdot 32{,}0}}{2 \cdot 0{,}250} \quad \text{(SI)}$$

$$\Leftrightarrow t = 8{,}00\ \mathrm{s} \ \vee \ t = 16{,}0\ \mathrm{s}$$

A primeira solução corresponde ao 1º encontro do rapaz com o autocarro. A segunda corresponde ao instante em que o autocarro passa pelo rapaz se este continuar a correr em frente.

2. (1,5 val) Na figura abaixo, o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é $\mu_s = 0{,}50$. A corda que ajuda a manter o bloco estático está tensa. Qual a magnitude dessa tensão? Assuma que a força de atrito estática está saturada.

A. 34 N

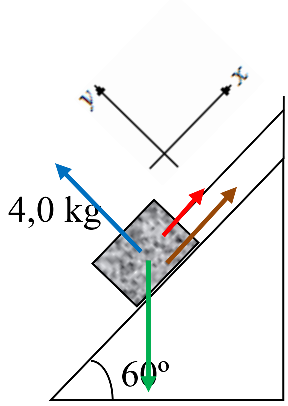
B. 24 N

C. 20 N

D. 17 N

E. 9,8 N

F. 7,2 N



No desenho marcámos as forças que atuam no bloco. A azul a normal, a verde o peso, a vermelho escuro a força de atrito estático e a vermelho a tensão. Marcámos também um referencial *xy* onde iremos decompor as forças.

Para continuar há que notar, do enunciado, que a força de atrito estático está no seu máximo, ou seja, a expressão $f_s \geq \mu_s F_N$ satura e temos $f_s = \mu_s F_N$. Decompondo as forças e aplicando a 2ª lei de Newton para o caso do repouso temos, notando ainda que o peso faz 60º com o eixo dos *yy*,

$$\Sigma\vec{F}=0 \rightarrow \begin{cases}\Sigma F_x = 0\\ \Sigma F_y = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-F_g\,\mathrm{sen}(60^0)+f_s+F_T=0\\ F_N - F_g\cos(60^0)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-mg\cdot 0{,}866+\mu_s F_N+F_T=0\\ F_N = mg\cdot 0{,}500\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}F_T = 33{,}95\ \mathrm{N} - 0{,}50\cdot 19{,}6\ \mathrm{N}\\ F_N = 19{,}6\ \mathrm{N}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}F_T = 24{,}1\ \mathrm{N}\quad (24\ \mathrm{N})\\ \ldots\end{cases}$$

3. (1,5 val) O tambor de uma máquina de lavar roupa centrifuga a lavagem a 10 rotações por segundo (rot/s). Ao acabar a centrifugação, o tambor desacelera uniformemente, à taxa de 2,0 rot/s^2. Quantas rotações efectua o tambor antes de parar?

A. 5,0 rot **B.** 13 rot **C.** 25 rot **D.** 50 rot **E.** 63 rot **F.** 158 rot

Trata-se de um problema de movimento circular uniformemente variado (MCUV). Neste caso o mais simples é escolher a rotação (rot) como unidade de ângulo, caso em que as equações de movimento são

$$\begin{cases}\omega = \omega_0 + \alpha t\\ \Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\omega = 10 - 2{,}0t\\ \Delta\theta = 10t - 1{,}0t^2\end{cases} \quad (\text{unidades: rot}, s)$$

A paragem dá-se quando $\omega = 0$. Resolvendo para este valor temos

$$\begin{cases}0 = 10 - 2{,}0t \rightarrow t = 5{,}0\ \mathrm{s}\\ \ldots\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\ldots\\ \Delta\theta = 10\cdot(5{,}0) - 1{,}0\cdot(5{,}0)^2 = 25\ \mathrm{rot}\end{cases}$$

4. (1,0 val) Dois blocos A e B são comprimidos um contra o outro, estando entre eles uma mola. Os blocos são largados e a mola empurra um para cada lado, até que eles se despegam da mola. Após o despegue o bloco A, de massa 300 g, desloca-se para a esquerda com velocidade $\vec{v}_A = -0{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\imath}$. A que velocidade se desloca o bloco B, de 250 g de massa, após o despegue?

A. $\vec{v}_B = -1{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\imath}$ **C.** $\vec{v}_B = -0{,}71\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\imath}$ **E.** $\vec{v}_B = -0{,}55\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\imath}$

B. $\vec{v}_B = 1{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\imath}$ **D.** $\vec{v}_B = 0{,}71\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\imath}$ **F.** $\vec{v}_B = 0{,}55\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\imath}$

Como sistema está isolado, o seu momento linear. Ou seja, tem o mesmo momento linear antes e depois do despegue. No referencial subentendido pelo enunciado (+*x* para a direita) tem-se então

$$p_{xi} = p_{xf} \rightarrow p_{Ai} + p_{Bi} = p_{Af} + p_{Bf} \Leftrightarrow m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf} \Leftrightarrow 0 + 0$$

$$= (0{,}300\ \mathrm{kg})\left(-0{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + (0{,}250\ \mathrm{kg})v_{Bf} \Leftrightarrow v_{Bf} = \frac{(0{,}300\ \mathrm{kg})\left(-0{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{0{,}250\ \mathrm{kg}}$$

$$= 1{,}02\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(1{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\imath}\right)$$

5. (1,5 val) Uma pessoa de 75 kg de massa salta de uma altura de 15 cm para uma balança de mola com constante elástica de 140 kN/m. Quanto comprimirá aproximadamente mola da balança no pico da sua compressão?

A. 15 cm **B.** 12 cm **C.** 8,5 cm **D.** 4,0 cm **E.** 1,5 cm **F.** 0,53 cm

Ao saltar de 15 cm para a balança, toda a energia potencial gravítica da pessoa é, no pico da compressão da mola, transformada em energia potencial elástica. Ou seja, temos

$$E_{pg}(h = 0{,}15\text{ m}) = E_{p.elast}(x_{max}) \Leftrightarrow mgh = \frac{1}{2}kx_{max}^2 \Leftrightarrow x_{max} = \sqrt{\frac{2mgh}{k}}$$

Substituindo os dados do enunciado vem

$$x_{max} = \sqrt{\frac{2(75\text{ kg})\left(9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0{,}15)}{140\,000\frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0{,}0397\text{ m} \quad (4{,}0\text{ cm})$$

6. (1,5 val) Quando o motor de uma viatura é desligado em andamento, esta desacelera sob ação de duas forças: atrito e arrasto aerodinâmico. Experimentalmente sabe-se que o arrasto é proporcional ao quadrado da velocidade ($F{\sim}av^2$) e que o atrito tem duas componentes: uma estática e de valor constante ($F{\sim}b$), e outra envolvendo a deformação do pneu e proporcional ao quadrado da velocidade ($F{\sim}cv^2$). Qual das equações diferenciais abaixo poderá descrever a variação da velocidade em função do tempo? (*m* é a massa da viatura e o sinal '~' significa 'proporcional a'.)

A. $\frac{dv}{dt} = -av^2 + \frac{b}{m} + cv^2$

B. $\frac{dv}{dt} = av^2 + \frac{b}{m} + cv^2$

C. $m\frac{dv}{dt} = -av^2 - b - cv^2$

D. $m\frac{dv}{dt} = av^2 + b + cv^2$

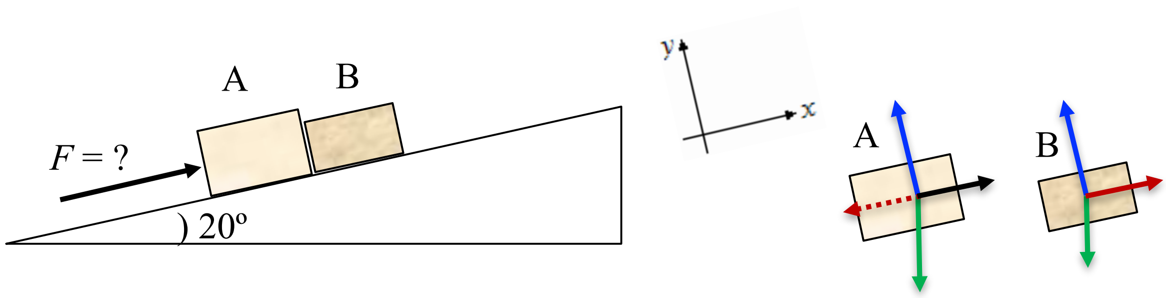
E. $m\frac{dv}{dt} = av^2 - b - cv^2$

F. $m\frac{dv}{dt} = -av^2 + b + cv^2$

Tanto o arrasto como os dois tipos de atrito se opõem à velocidade, pelo que os sinais do 2º membro devem ser todos negativos. Assim, apenas (C) pode estar correta, e de facto está, uma vez que está escrita conforme a 2ª lei de Newton, $F = ma = m\frac{dv}{dt}$. As alíneas A e B p.ex. estão dimensionalmente incorretas: os coeficientes a e c deviam estar divididos por m (isto além de terem sinais errados).

PARTE II

1. Dois blocos, A e B, de massas respetivamente 4,5 kg e 3,2 kg são empurrados ao longo de um plano inclinado a 20º a <u>rapidez constante</u> e sem atrito (c.f. figura).



Tratando os caixotes como corpos pontuais,

a. (1,0 val) Copie o diagrama de corpo livre do lado direito da figura para a sua folha de prova e marque nele as forças que atuam nos dois blocos.

b. (1,0 val) Calcule a magnitude da força com que os blocos estão a ser empurrados.

c. (1,0 val) Calcule a força de contacto entre A e B.

(a): Azul: normais, verde: pesos, vermelho: forças de contacto (pares ação-reação), preto: força *F*.

(b, c): Note-se aqui que os blocos estão a ser empurrados a *rapidez constante*, i.e. devemos aplicar não a 2ª lei de Newton ($\Sigma F = ma$) mas sim a 1ª lei, $\Sigma F = 0$ (que no fundo é um caso particular da 2ª...).

No referencial que acrescentámos à figura temos, projetando segundo o eixo dos *xx*, (não havendo atrito, as equações segundo *yy* desacoplam das segundo *xx* e não interessam)

$$\begin{cases} A: \ -F_{AB} - F_{gAx} + F = 0 \\ \quad B: \ F_{AB} - F_{gBx} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -F_{AB} - F_{gAx} + F = 0 \\ \quad F_{AB} - F_{gBx} = 0 \end{cases}$$

Somando as duas equações F_{AB} cancela e vem

$$F - F_{gAx} - F_{gBx} = 0 \Leftrightarrow F = (4{,}5\ \mathrm{kg} + 3{,}2\ \mathrm{kg})\left(9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\mathrm{sen}(20^0) = 25{,}81\ \mathrm{N} \quad (26\ \mathrm{N})$$

E da equação para B temos

$$F_{AB} = F_{gBx} = (3{,}2\ \mathrm{kg})\left(9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\mathrm{sen}(20^0) = 10{,}73\ \mathrm{N} \quad (11\ \mathrm{N})$$

2. Um caixote de 25 kg inicialmente em repouso é empurrado durante 10 s por uma força horizontal de 60 N sob uma superfície, também horizontal, com atrito. No fim do empurrão o caixote tem rapidez de 6,0 m/s. Calcule:

a. (0,5 val) O impulso comunicado ao caixote pelo empurrão.

b. (1,5 val) A energia cinética que o caixote teria no final do empurrão, caso não houvesse atrito.

c. (1,0 val) O trabalho da força de atrito durante o empurrão.

(a): Da definição de impulso vem, designando a horizontal por *x*,

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t \to \vec{I} = (60\text{ N})\hat{\mathbf{i}} \cdot (10\text{ s}) = (600\text{ N.s})\hat{\mathbf{i}}$$

Recordemos que o impulso é um *vetor*.

(b): Se a força que empurra o caixote fosse a única a atuar, teríamos, do teorema de impulso-momento,

$$I = \Delta p \to I = mv_f - mv_i \Leftrightarrow 600\text{ N.s} = (25\text{ kg})v_f \Leftrightarrow v_f = 24\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A energia cinética seria então de

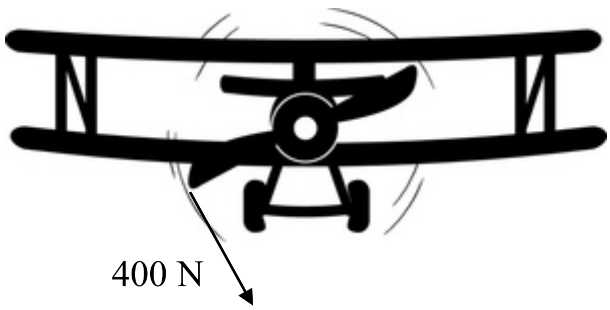
$$E_{cf} = \frac{1}{2}mv_f^2 \Leftrightarrow E_{cf} = \frac{1}{2}(25\text{ kg})\left(24\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 7200\text{ J}$$

(c): A energia cinética acima calculada corresponde ao trabalho da força que empurra o caixote. Tanto essa como o atrito são não-conservativas pelo que vem, do corolário do teorema de trabalho-energia,

$$W_{NC} = \Delta E_m \to W_F + W_{f_k} = E_{cf} - E_{ci} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Leftrightarrow 7200\text{ J} + W_{f_k} = \frac{1}{2}(25\text{ kg})\left(6{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \Leftrightarrow W_{f_k} = -7200\text{ J} + 450\text{ J} = -6750\text{ J}$$

3. Uma hélice de biplano tem 2 pás e é posta manualmente em movimento pelo piloto. Este exerce uma força de 400 N na ponta de uma das pás e de forma perpendicular a esta (c.f. figura). A força é exercida durante 0,6 s e sempre perpendicularmente. Cada uma das pás tem 1,2 m de comprimento e momento de inércia de 2,4 kg.m^2. Calcule:

- **a. (1,0 val)** O momento da força (torque) que o piloto exerce na pá.
- **b. (1,0 val)** A aceleração angular de toda a hélice.
- **c. (1,0 val)** A velocidade linear da ponta das pás finda a força.



(a): Como a força é perpendicular à pá, o momento (em relação ao eixo de rotação) é simplesmente

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \to \tau = rF\,\text{sen}(90^0) = (1{,}2\text{ m})(400\text{ N}) \cdot 1 = 480\text{ N.m}$$

(b): O momento de inércia das duas pás é de $I = 2 \times 2{,}4\text{ kg.m}^2 = 4{,}8\text{ kg.m}^2$. A aceleração angular é

$$\tau = I\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{480\text{ N.m}}{4{,}8\text{ kg.m}^2} = 100\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

(c): Da expressão da velocidade angular num MCUV temos

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \Leftrightarrow \omega(0{,}6\text{ s}) = 0 + \left(100\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)(0{,}6\text{ s}) = 60\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

A velocidade linear das pontas é então $v = \omega R = \left(60\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(1{,}2\text{ m}) = 72\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4. (3,0 a 5,0 val) Um automóvel de massa m = 1300 kg arranca desde o repouso e, durante 10 s, fica sujeito a duas forças principais: a força de tração, dada por $F_T(t) = 3000\left(1-\frac{t}{20}\right)$ (SI) e o arrasto do ar, dado por $F_d(v) = 0{,}59\,v^2$ (SI). A equação diferencial que rege a sua velocidade é

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m}\left[3000\left(1-\frac{t}{20}\right) - 0{,}59\,v^2\right]$$

Calcule a rapidez final do automóvel resolvendo numericamente a ED acima pelo método de Euler ou Heun com passo h = 2,0 s.

(Copie e preencha a tabela abaixo para folha de ponto. Preencha a coluna k_2 só se usar Heun.)

t (s)	v (m/s)	$k_1 = f(t_i, v_i)$	$k_2 = f\left(t_{i+1}, v_{i+1}^{(P)}\right)$
0	0	2,307692308	2,067255348
2	4,374947656	2,068236386	1,813275289
4	8,256459331	1,815215553	1,551256987
6	11,62293187	1,554073383	1,286128646
8	14,4631339	1,289678829	1,022028119
10	16,77484085	1,026135986	0,762206535

Max 3,0 val para resoluções pelo método de Euler; max 5,0 val por Heun.

(Resolvido por Heun.)

FIM