Exercício 1

1. Uma empresa com 1000 funcionários decidiu implementar um programa de formação em Análise de Dados. Para avaliar o conhecimento prévio dos funcionários sobre o tema, foi realizado um teste que determinou o grau de conhecimento dos primeiros 600 funcionários inscritos na formação. As percentagens de cada um dos resultados são as seguintes:

- *Nulo*: 5 %
- *Baixo*: 1 %
- *Suficiente*: 2 %
- *Alto*: 16 %
- *Excelente*: 76 %

Notas: Responda às questões **sem arredondamentos**. O separador decimal é o **ponto**. Caso não se aplique, **escreva NA**.

(a) Determine, se possível, as seguintes medidas amostrais. **[1 valor]**

Média: 1 3.57 ✗

Correct answers:

1 N A

Moda: 1 *Excelente* ✓

Mediana: 1 *Excelente* ✗

Correct answers:

1 A lto

(b) Complete a frase. **[1 valor]**

Dos funcionários que responderam ao inquérito, 1 94 ✓ *% têm um grau de conhecimento pelo menos suficiente.*

Exercício 2

2. Qual das seguintes opções corresponde ao domínio da função real de variável real? **[2 valores]**

Nota: Selecione a opção pretendida.

$$f(x) = \frac{\sqrt{-14+x}}{\sqrt{x}-10}$$

A	$[14, 100) \cup (100, +\infty)$ ✓
B	$R \setminus \{100\}$
C	$[14, +\infty)$
D	$(14, 100) \cup (100, +\infty)$
E	R

Exercício 3

3. Calcule o seguinte limite. **[2 valores]**

Notas: Responda às questões **sem arredondamentos**. O separador decimal é o **ponto**.

$$\lim_{x \to 9} \frac{9-x}{\sqrt{x+9}-\sqrt{2x}} = $$

1 $6\sqrt{2}$ ✓

Exercício 4

4. Considere a função real de variável real definida por

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{e^{x-1}-1} - e^{x-a}, & x < 1 \\ x^2 - 3x - 2\ln x, & x \geq 1 \end{cases}$$

Determine o valor de a de modo que h seja uma função contínua. **[2 valores]**

Notas: Responda às questões **sem arredondamentos**. O separador decimal é o **ponto**.

O valor de a é igual a 1 1 ✓ .

Exercício 5

5. Considere a função $f(x) = \frac{-3x^2 + 12x + 8}{e^x}$.

A função derivada tem a seguinte expressão $f'(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{e^x}$.

Complete os valores em falta. **[2 valores]**

Notas: Responda às questões **sem arredondamentos**. O separador decimal é o **ponto**.

a = 1 3 ✓ b = 2 −18 ✓ c = 3 4 ✓

$f'(0)$ = 4 4 ✓

Exercício 6

6. Considere os pontos A$(8, 6)$ e B$(6, -3)$.

Notas: Responda às questões **sem arredondamentos**. O separador decimal é o **ponto**.

(a) Indique as coordenadas do ponto médio do segmento [AB]: (

1 7 ✓ , 2 1.5 ✓). **[1 valor]**

(b) A equação da reta que passa pelos pontos A e B é y = 1 4.5 ✓ x +

2 −30 ✓ . **[1 valor]**

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área de um polígono regular: *Semiperímetro* $\times$ *Apótema*

Área de um sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (r – raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*

Volume de um cone: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r – raio)

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Trigonometria

$\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \operatorname{sen} b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$

Complexos

$(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$ $\quad (k \in \{0, \ldots, n-1\}$ e $n \in \mathbb{N})$

Regras de derivação

$(u + v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(\operatorname{sen} u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \operatorname{sen} u$

$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\,e^u$

$(a^u)' = u'\,a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

Limites notáveis

$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$