UAb

FÍSICA GERAL | 21048

ORIENTAÇÕES DE RESPOSTA

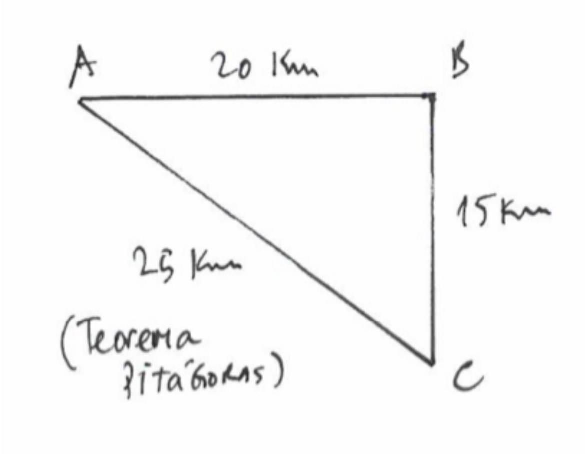
EXAME DE 1ª ÉPOCA

Ano letivo: 2019-20

Versão: 23-set-19

PARTE I

1. O desenho abaixo descreve o movimento. Pelo teorema de Pitágoras a distância CA em linha reta é de 25 km.



A distância total percorrida é de 20 km + 15 km + 25 km = 60 km e o tempo total despendido é de:

AB: *t* = *d*/*v* = 20 km/60 km/h = 1/3 h
Pausa em B: 1/2 h
BC: *t* = *d*/*v* = 15 km/60 km/h = 1/4 h
Pausa em C: 1/2 h
CA: *t* = *d*/*v* = 25 km/60 km/h = 5/12 h

Total: Δt = 2,0 h

A rapidez média é então de $s_m = \frac{\text{dist}}{\Delta t} \Leftrightarrow s_m = \frac{60\text{ km}}{2{,}0\text{ h}} = 30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

2. Como a velocidade média é, por definição, $\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ e neste caso o trajeto é fechado, $\Delta\vec{r} = 0$ e $v_m = \frac{0}{2{,}0\,h} = 0{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3. A velocidade angular final é (rot/s)

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t \Leftrightarrow \omega_f = 0{,}20 + 0{,}04 \cdot 5{,}0 = 0{,}40\,\frac{\text{rot}}{\text{s}}$$

Passando ao SI temos $0{,}40\,\frac{\text{rot}}{\text{s}} = 0{,}40\,\frac{2\pi\ \text{rad}}{\text{s}} = 2{,}513\ \text{rad/s}$ e temos

$$v = \omega R \Leftrightarrow v = 2{,}513 \cdot 15 = 37{,}70\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left(38\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

4. Aplicando a conservação de momento linear temos, segundo a direção de movimento e notando que neste caso $v_{A_f} = v_{B_f}$ (enunciado)

$$p_i = p_f \Leftrightarrow m_A v_{A_i} + m_B v_{B_i} = m_A v_{A_f} + m_B v_{B_f} \Leftrightarrow 2{,}0 \cdot 1{,}2 + 0 = 2{,}0 v_f + 1{,}2 v_f$$
$$\Leftrightarrow v_f = \frac{2{,}4}{3{,}6} = 0{,}6667\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A perda de energia cinética na colisão corresponde à energia que é transformada em energia interna das esferas (*vulgus* aquecimento). Esta é de

$$E_{ci} - E_{cf} = \left(\frac{1}{2} m_A v_{A_i}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B_i}^2\right) - \left(\frac{1}{2} m_A v_{A_f}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B_f}^2\right) \Leftrightarrow E_{ci} - E_{cf}$$
$$= \frac{1}{2} 2{,}0 \cdot 1{,}2^2 + 0 - \frac{1}{2}(2{,}0 + 1{,}6) \cdot 0{,}6667^2 = 0{,}64\ \text{J}$$

5. A energia cinética final é de $E_c = \frac{1}{2} 24 \cdot 1{,}8^2 = 38{,}88\ \text{J}\ \ (39\ \text{J})$. Como a força de tração transferiu 80 J e o caixote ganhou apenas 39 J, concluimos que o trabalho do atrito terá sido de

$$\Delta E_m = W_{NC} = W_F + W_{f_k} \Leftrightarrow 39 = 80 + W_{f_k} \Leftrightarrow W_{f_k} = -41\ \text{J}$$

6. A aceleração dos 0 aos 144 km/h (40 m/s) é de $a = \frac{(40-0)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{12\ \mathrm{s}} = 3{,}333\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. O automóvel percorreu durante essa fase (MRUV)

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow \Delta x = 0 + \frac{1}{2}3{,}333 \cdot 12^2 = 240\ \mathrm{m}$$

Os restantes 760 m são percorridos em MRU de rapidez 40 m/s, para um intervalo de tempo de $\Delta t = \frac{760\ \mathrm{m}}{40\ \mathrm{m/s}} = 19\ \mathrm{s}$. O automóvel cobre então os primeiros 1000 m em 12 s + 19 s = 31 s.

7. A mola é distendida por duas forças: a força *F* e o peso da massa m, que é de $F_g = mg = 0{,}850 \cdot 9{,}8 = 8{,}33\ \mathrm{N}$. No total temos 16 + 8,33 = 24,33 N de força a puxar a mola, para um elongamento de, pela lei de Hooke,

$$F = kx \Leftrightarrow x = \frac{24{,}33\ \mathrm{N}}{28\ \mathrm{N/m}} = 0{,}8690\ \mathrm{m} \quad (87\ \mathrm{cm})$$

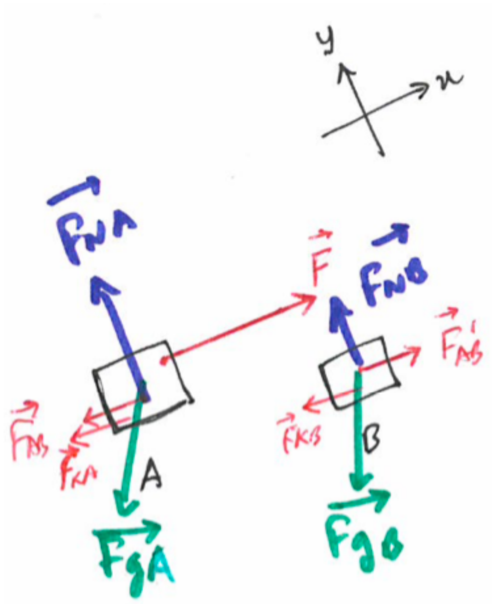
8. Se o movimento é no sentido positivo dos *xx*, as forças de atrito e arrasto, que se opõem ao movimento, devem ter sentido -*x*. Pela 2ª lei de Newton temos então, segundo *x*,

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow -f_k - f_{\mathrm{arrasto}} = ma \Leftrightarrow -\mu_k mg - bv^2 = m\frac{dv}{dt}$$

PARTE II

Q1

(a) No desenho abaixo temos um par ação-reação, nomeadamente a força de contacto. Ou seja, F_{AB} e F_{AB}' formam um par A/R. (O peso de A saiu meio torto... devia estar na vertical. Não liguem ☺)



(b) Decompondo no referencial da figura temos, no SI,

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \begin{cases} A,x: & -F_{gAx} - f_{kA} - F_{AB} + F = m_A a \\ B,x: & -F_{gBx} - f_{kB} + F_{AB} = m_B a \\ A,y: & -F_{gAy} + F_{NA} = 0 \\ B,y: & -F_{gBy} + F_{NB} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m_A g \operatorname{sen} 15 - \mu_k F_{NA} - F_{AB} + F = 5{,}0 \cdot 2{,}4 \\ -m_B \operatorname{sen} 15 - \mu_k F_{NB} + F_{AB} = 3{,}0 \cdot 2{,}4 \\ F_{NA} = m_A g \cos 15 \\ F_{NB} = m_B g \cos 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}2588 - (0{,}15 \cdot 5{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}9659) - F_{AB} + F = 12 \\ -3{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}2588 - (0{,}15 \cdot 3{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}9659) + F_{AB} = 7{,}2 \\ \ldots \\ \ldots \end{cases}$$

Somando as duas equações da última linha as forças de contacto anulam e vem, após cálculos, $F = 50{,}9\ \mathrm{N}\ \ (51\ \mathrm{N})$.

(c) Se *F* deixar de atuar os caixotes irão começar por perder rapidez até pararem. Depois temos de ver se o atrito estático é suficiente para os manter parados ou se eles vão deslizar plano abaixo. Dado que o coeficiente de atrito estático é igual para os dois corpos, basta fazer as contas para um deles. P.ex. para o corpo A temos

$$f_{sA}^{\max} = \mu_k F_{NA} \Leftrightarrow f_{sA}^{\max} = m_A g \cos 15 \Leftrightarrow f_{sA}^{\max} = 0{,}15 \cdot 5{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}9659 = 7{,}10\ \mathrm{N}.$$

A 1ª lei de Newton segundo *x* requer, para haver repouso,

$$-F_{gAx} + f_{sA} = 0 \Leftrightarrow f_{sA} = 5{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}2588 = 12{,}68\ \mathrm{N}$$

Recordemos que a força de atrito estático neste caso aponta para cima (dado que o deslizar seria um movimento para baixo). A intensidade desta força necessária para manter o corpo A em repouso (13 N) é *maior* do que a máxima (7,1 N), pelo que o corpo, após parar, irá começar a descair plano abaixo.

Repare-se que não se incluiu F_{AB} nos cálculos porque essa força, a existir, apontaria no sentido de *facilitar* o deslize plano abaixo. Na verdade, finda a força *F* e sendo $\mu_{sA} = \mu_{sB}$, a força de contacto F_{AB} cessa também. Ela só existiria se $\mu_{sA} > \mu_{sB}$ com os corpos a subir ou se $\mu_{sA} < \mu_{sB}$ com os corpos a descer. O estudante curioso é encorajado a pesquisar porquê ☺

Q2

(a) Não havendo atrito, a energia mecânica entre A e B é conservada e temos, para $h_A = 0$,

$$E_{mA} = E_{mB} \Leftrightarrow E_{cA} + E_{pgA} = E_{cB} + E_{pgB} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_1 \Leftrightarrow v_A = \sqrt{v_B^2 + 2gh_1^2} \Leftrightarrow v_A = 6{,}286\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(6{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

(b) A massa da mola pode ser obtida aplicando a conservação de energia mecânica, desta vez entre a compressão máxima da mola e o ponto A:

$$E_m^{\text{compress.max}} = E_{mA} \Leftrightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 \Leftrightarrow m = \frac{kx^2}{v_A^2} \Leftrightarrow m = \frac{260 \cdot 0{,}20^2}{6{,}286^2} = 0{,}263\ \mathrm{kg} \quad (260\ \mathrm{g})$$

Se tivesse usado $v_A = 5{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ teria obtido *m* = 420 g.

(c) A altura de B é de 1,2 m + 3,8 m = 5,0 m e ao saltar de B, a massa tem velocidade $\vec{v}_B = 4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{i}} + 0{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{j}}$. O tempo para chegar ao solo é então de

$$\Delta y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow 5{,}0 = 0 + \frac{1}{2}9{,}8 \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{10}{9{,}8}} = 1{,}01\ \mathrm{s} \quad (1{,}0\ \mathrm{s})$$

(d) Na queda, a velocidade segundo *x* mantém-se constante nos 4,0 m/s. A velocidade segundo *y* na chegada ao solo é de (+*y* para cima) $v_{yC} = v_{0y} - 9{,}8t \Leftrightarrow v_{yC} = -9{,}8 \cdot 1{,}01 = 9{,}90\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Juntando tudo temos rapidez em C de

$$v_c = \sqrt{v_{xC}^2 + v_{yC}^2} \Leftrightarrow v_c = \sqrt{4{,}0^2 + 9{,}90^2} = 10{,}68\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(11\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Q3

(a) Em cada instante do movimento aplica-se a 2ª lei de Newton.

Para um instante t teremos então, segundo a direção do movimento

$$\sum F = ma \Leftrightarrow F = m(t)\frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m(t)} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{1{,}50}{0{,}500 + 0{,}120t}$$

QED.

(b) Pelo método de Heun temos

***t* (s)**	***v* (m/s)**	$\boldsymbol{k_1}$	$\boldsymbol{k_2}$
0	0	3	2,41935484
1	2,70967742	2,41935484	2,02702703
2	4,93286835	2,02702703	1,74418605
3	6,81847489	1,74418605	1,53061224
4	8,45587403	N/A	N/A

CRÉDITOS

Nuno Sousa, UAb 2019