E-fólio Global | Instruções para a realização do E-fólio

Computação Numérica | 21180

Data de Realização

Dia 22 de fevereiro de 2023

Duração da prova

90 minutos, mais 60 minutos de tolerância

Trabalho a desenvolver

Responder às questões dos Grupos I a III.

Leia estas informações e instruções na totalidade antes de iniciar a resolução da prova.

Critérios de avaliação e cotação

- As cotações são indicadas por grupo e nas próprias questões.
- As respostas às questões devem fazer sentido, ser coerentes e constituídas por palavras próprias do aluno. Não serão aceites transcrições ou traduções de livros e textos, incluindo textos de orientações de respostas de provas anteriores. As respostas que não respeitem estas condições serão classificadas com zero valores ou fortemente desvalorizadas.
- As respostas devem ser claras, indicando todos os passos e cálculos intermédios necessários à compreensão da resolução de cada questão. À simples indicação do resultado é atribuída a cotação zero.
- No caso de consulta de livros ou textos, devem ser mencionados na resposta os materiais consultados.

Normas a respeitar

- Deve redigir o seu E-fólio no ficheiro Folha de Resolução disponibilizado na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.
- O texto das respostas pode opcionalmente ser introduzido pelo processador de texto ou escritas à mão, digitalizadas e incluídas no ficheiro como imagens.
- Todas as páginas do documento devem ser numeradas.
- O seu E-fólio não deve ultrapassar um total de 7 páginas A4, redigidas com tamanho de letra 12. O espaçamento entre linhas deve corresponder a 1,5 linhas. O formato final do ficheiro deve ser exclusivamente em formato pdf, sem restrições (destrancado). Não serão aceites outros tipos de ficheiro.
- Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioGlobal.pdf.
- Para a execução da prova é INDISPENSÁVEL a utilização de calculadora.
- Deve carregar o referido ficheiro pdf para a plataforma no dispositivo E-fólio Global até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas na composição do documento, conversão para formato pdf e submissão do ficheiro.
- O ficheiro a entregar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Grupo I [4 valores]

1.1. [1] Considere $x = 0.573$ e a aproximação $\overline{x} = 0.5726324$. Calcule os erros absoluto e relativo apresentando os resultados respetivamente com 4 e 3 algarismos significativos.

1.2. [1.5] Considere a função $f(x) = \ln(2 + x)$. Determine a expressão geral do polinómio de Taylor $p_n(x)$ de grau n no ponto $x_0 = 0$.

1.3. [1.5] Considere $x \in I$ com $I = [-0.1,\ 0.1]$. Determine a menor ordem n de modo a que o erro da aproximação polinomial $p_n(x)$ obtida na alínea anterior seja inferior a 10^{-5}.

Grupo II [4 valores]

2. Considere a seguinte equação (x em radianos),

$$\cos^2(x) = x + 0.2$$

2.1. [1] Mostre que a equação dada tem uma única raiz no intervalo [0, 1].

2.2. [2] Obtenha uma aproximação do valor dessa raiz aplicando quatro iterações do método da bissecção, a partir do intervalo inicial $a_0 = 0, b_0 = 1$. Construa uma tabela onde constem os valores necessários de $k, a_k, b_k, x_k, f(x_k)$, sinais de $f()$, para $k = 0, 1, 2, 3$.

2.3. [0.5] Determine uma estimativa do erro para a aproximação da raiz determinada na alínea anterior.

2.4. [0.5] Indique quantas iterações seriam necessárias para obter uma aproximação da raiz com erro inferior a 10^{-4}.

Grupo III [4 valores]

3. Considere a matriz A e o vetor b seguintes,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 8 & -8 \\ 3 & -8 & 14 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 10 \\ -5 \end{bmatrix}$$

3.1. [2] Determine a fatorização de Cholesky LL^T de A.

3.2. [2] Resolva o sistema de equações lineares $Ax = b$ com $x = [x_1\ x_2\ x_3]^T$ utilizando a fatorização encontrada na alínea anterior.

FIM